L'OTTICA

DI

CLAUDIO TOLOMEO

DA EUGENIO Claudius Ptolemaeus

Ammiraglio di Sicilia - Scrittore del Secolo XII

RIDOTTA IN LATINO

SOVRA LA TRADUZIONE ARABA DI UN TESTO GRECO IMPERFETTO

ORA PER LA PRIMA VOLTA

conforme a un codice della Biblioteca Ambrosiana

PER DELIBERAZIONE

DELLA R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

pubblicata

DA

GILBERTO GOVI

Socio della stessa Accademia.

TORINO

STAMPERIA REALE DELLA DITTA G. B. PARAVIA E C.

DI I. VIGLIARDI

1885

INTRODUZIONE

Claudio Tolomeo di Pelusio, o, come altri vogliono, di Ptolemaide in Egitto, visse al tempo degli Antonini, cioè nel secondo secolo dell' Êra Cristiana. Datosi specialmente all'Astronomia, osservò in Alessandria, e delle sue osservazioni e di quanto aveano lasciato gli Antichi, compose un trattato, che intitolò: *La Grande Composizione*, il quale trattato poi tradotto, commentato e molto usato dagli Arabi, ebbe da essi il nome di *Almagesto*, nome che conserva ancora ai dì nostri. Scrisse egli diversi altri libri di Astronomia, di Geografia, di Cronologia, di Musica; ma parecchi trattati *Astrologici* attribuiti a Tolomeo e tenuti in gran conto nell'*Evo medio* non sono probabilmente opera sua, e il nome di Tolomeo servì soltanto ai loro autori per dar credito alle dottrine *Astrologiche* contenute in quei volumi.

Uno scrittore quasi contemporaneo di Tolomeo, Eliodoro di Larissa (in Tessalia), o Damiano, il quale, secondo alcuni, avrebbe compendiato uno scritto di Eliodoro intorno alla *Prospettiva*, parla di un'*Ottica* di Tolomeo in cui si dimostra *per via di stromenti* che la *vista*, uscendo dall'occhio, va per linee rette e abbraccia un cono rettangolo.

Simplicio, filosofo di Cilicia o di Frigia, vissuto nel sesto secolo, ricorda pure l'*Ottica di Tolomeo* nei suoi commenti ai quattro libri *del Cielo* d'Aristotele, e la cita a ogni tratto Ruggero Bacone, il monaco, nel suo *Opus Majus*, nella *Perspectiva*, e negli *Specula mathematica*, scritti nel XIII secolo (1214-1294). Il Regiomontano (1436-1476) si era proposto di stamparla, e Giorgio Hartmann, ricordando questo progetto in una sua dedica della *Perspectiva communis* (1542), dice di possedere anche egli una copia dell'*Ottica di Tolomeo*, e dà gli argomenti dei cinque libri nei quali essa è divisa. Federico Risner, nelle Prefazioni all'*Ottica* d'Alhazen e a quella di Vitellone, allude alla *Prospettiva di Tolomeo*. Il Caussin, in una sua Memoria stampata fra quelle dell'Accademia delle Iscrizioni e delle Belle Lettere, cita un manoscritto latino della Biblioteca Reale [n° 7377] nel quale un tal Professore Saint-Clair parla ancora, nel 1608, dell'*Ottica di Tolomeo*. Finalmente nel 1611 Ambrogio Rhode [*Rhodius*] di Kemberg, in una sua *Ottica* stampata a Wittenberg, cita il libro di Tolomeo e riassume l'argomento di ciascuno de' suoi cinque sermoni.

Dopo il Rhode, cioè al cominciare del secolo XVII, sembra spegnersi affatto, se non la ricordanza, la conoscenza almeno dell'*Ottica di Tolomeo*. L'eruditissimo Gio. Alberto Fabricius nella sua *Bibliotheca Graeca* e T. C. Harles, che la ristampò ampliandola, ritennero perduta l'*Ottica* del celebre Astronomo, e lo stesso ripeterono il Lalande nella sua *Astronomia*, il D.r Giuseppe Priestley nella *Storia dell'Ottica*, Gian Silvano Bailly nell'*Histoire de l'Astronomie Moderne*, il Montucla nella prima edizione della sua: *Histoire des Mathématiques* e il Dutens nel suo libro sulla *Origine des découvertes attribuées aux modernes*.

E veramente tutti questi scrittori potevano aver ragione, se intendevano parlare del testo greco dell'*Ottica*, o forse anche della versione che gli Arabi ne avevano fatta, poichè nè dell'uno nè dell'altra si faceva menzione nei cataloghi pubblicati dei Manoscritti Greci e Arabi delle diverse biblioteche. Ma essi avean torto, affermando in modo assoluto che l'*Ottica di Tolomeo* fosse perduta, poichè nel *Catalogo dei Manoscritti conservati in Inghilterra*, venuto in luce del 1697, sotto il n° 6570, Class. XVI, n° 24, *Libri latini*, della Biblioteca Bodleiana di Oxford (pag. 301, *a*), trovavasi menzionato il libro: « *Ptolemaei opticorum sermones* 5, *ex Arabico* « *Latine redditi* », e nel Catalogo dei Codici manoscritti della Biblioteca Regia di Parigi stampato nel 1744 era pure registrata (Parte III, T. IV, pagina 339, col. 1a, n°. 7310) la stessa opera col titolo: *Liber Ptolomaei de opticis sive aspectibus, interprete Eugenio, siculo*.

Il primo ad avvedersene fu il Montucla, il quale, nella seconda edizione della sua *Storia*, venuta in luce nel 1798, modificando ciò che avea scritto nella prima, incominciò a parlare, sebbene dubitativamente, di una traduzione latina dell'*Ottica di Tolo-*

meo, registrata da Edward Bernard nel Catalogo della Biblioteca Bodlejana di Oxford.

Prima però che il Montucla avesse citato il manoscritto di Oxford, Giambattista Venturi, trovandosi a Parigi, nel 1797 avea veduto tra i Codici della *Biblioteca Nazionale* la traduzione latina dell'*Ottica di Tolomeo*, l'avea trascritta per pubblicarla, e nell'anno seguente ne avea corretto la copia su un Codice migliore e più antico appartenente alla Biblioteca Ambrosiana di Milano (il Codice D. 451, P. I). Però, non avendo egli dato allora alle stampe quel suo lavoro, J. J. A. Caussin de Perceval, valente Orientalista, concepì il disegno di stampare il manoscritto Parigino, e nel 1798, o nel 1799 ne parlò ad alcuni scienziati e specialmente al Lalande, il quale registrò la novella datagli dal Caussin nell'appendice alla sua *Bibliographie Astronomique* messa in luce nel 1803.

Intanto che il Venturi, occupato in altri studî, taceva, e che il Caussin stava preparando il suo lavoro, il Laplace, nella seconda edizione della sua: *Exposition du Système du Monde* (1798-99) citava il Manoscritto della Biblioteca Nazionale, prima ancora che il Lalande ne avesse discorso, e nel 1810 ne parlava pure Alessandro de Humboldt nella parte Astronomica del suo viaggio col Bonpland, citando anche la seconda copia che ne possedeva la Biblioteca Imperiale.

Poco dopo, il Venturi, senza smettere il pensiero di stampar l'*Ottica di Tolomeo*, nel gennaio del 1811 lesse in proposito alla Classe di Letteratura e Belle Arti dell'Istituto Nazionale Italiano un suo scritto: *Sopra le varie parti dell'Ottica presso gli antichi*, nel quale scritto diede un lungo estratto del libro di Tolomeo, per invogliarne i dotti, e farlo meglio conoscere. Ma sebbene questa dissertazione del Venturi fosse stata letta nel 1811, essa non comparve se non nel 1813, e fu stampata a parte nel 1814. Intanto il Delambre nell'ottobre del 1811 discorreva pure del libro di Tolomeo in una Memoria: *Sur l'Optique de Ptolémée, comparée à celle qui porte le nom d'Euclide, et à celles d'Alhazen et de Vitellon*, ch'egli lesse alla Classe di Scienze Fisiche e Matematiche dell'Istituto, e poi stampò nella *Connaissance des Temps pour* 1816, e nella sua *Histoire de l'Astronomie ancienne.* In questo lavoro egli parlò dei due codici dell'*Ottica* posseduti dalla Biblioteca imperiale, analizzò dottamente le cose trattate nel libro di Tolomeo, e si fermò specialmente sul Capitolo della Rifrazione, per mostrar come Alhazen e Vitellone ne avessero tratto le nozioni fondamentali e le tavole. Eccitato dalla pubblicazione del Delambre, il Caussin si decise a leggere nel maggio e nel settembre del 1812 davanti alla Classe di Storia e di Letteratura dell'Istituto, un suo scritto intitolato: *Mémoire sur l'Optique de Ptolémée, et sur le projet de faire imprimer cet ouvrage d'après les deux Manuscrits qui existent à la Bibliothèque Impériale*, che poi stampò nel volume VI delle: *Mémoires de l'Académie des Inscriptions et Belles Lettres*, uscito soltanto nel 1822.

Però, nè il Venturi, morto nel 1822, nè il Caussin de Perceval morto nel 1835 diedero altrimenti alle Stampe l'*Ottica di Tolomeo*, la quale, sebbene citata in seguito da parecchi scrittori, rimase inedita. Fu solo nel 1870 che un dottissimo Ellenista francese, l'Egger, avendo tradotto alcuni frammenti greci relativi all'Ottica, scoperti in quei giorni a Sakkarah, nell'Egitto, richiamò l'attenzione degli studiosi sui manoscritti latini dell'*Ottica di Tolomeo*, augurandosi che qualcuno ne imprendesse la pubblicazione.

Lo scrittore di questa *Introduzione* propose allora all'Accademia di Torino di far copiare il più corretto fra gli esemplari conosciuti dell'*Ottica di Tolomeo* e di pubblicarlo, compiendo così il voto del Venturi e coronando le fatiche del Siciliano Eugenio, il quale, col tradurre dall'arabo il libro di Tolomeo (quantunque mutilo), aveva impedito che si perdesse interamente. — L'Accademia presieduta dall'egregio Conte Sclopis accolse premurosamente il progetto e decise di far trascrivere subito il migliore dei due Codici Ambrosiani, affidandone poi la pubblicazione a chi ne aveva proposto la stampa.

Uno dei Dottori della Biblioteca Ambrosiana, il Dott. Antonio Ceruti, volle dare gratuitamente l'opera sua per la trascrizione del Codice, che compì in brevissimo tempo, con uno zelo e una precisione veramente mirabili.

Finita la trascrizione, l'Editore accademico la confrontò scrupolosamente col testo, poi ne cominciò subito la stampa che, per la difficoltà della lingua, riuscì faticosissima e lunga.

Intanto l'Editore stesso andava rifacendo le figure, le quali in nessuno dei Codici a lui noti s'accordavano esattamente col testo, o perchè le avesse sbagliate il traduttore arabo, o perchè fossero state sformate dagli amanuensi.

Fu questo, del ricostruir le figure, un lavoro sommamente penoso per l'oscurità del testo e per gli errori incorsivi nella collocazione delle lettere.

Pare che anco il Risner incontrasse le medesime difficoltà quando volle pubblicare l'*Alhazen* e il *Witelo,* poichè nella Prefazione alla prima di queste opere egli dice: « Denique figuras omnium pro« positionum de integro conformavi » e nella Prefazione dell'altra: « Sed praeter literas in demon« strationibus transpositas, praeter voces plurimas, « praeter etiam totas sententias omissas, figurae, « quae per se sine literis, sine vocibus, sine scriptis « sententiis, rem poterant intelligenti demonstrare, « pleraeque erant male figuratae, nec demonstratio« nibus congruentes, et quod etiam foedius est, non « suis, sed alienis theorematis saepius accommodatae: « in quibusdam theorematis nullae omnino fuerunt. « Figuras igitur universas de integro conformavi, stu« dioseque egi, ne qua istarum offensionum remora « posset in reliquum optices studiosos remorari ».

Compiuto il disegno delle figure (delle quali due sole non si trovano, forse, d'accordo col testo, perchè di questo non fu possibile intendere il senso) e corrette più volte le bozze dell'opera sulla copia esattissima che ne era stata eseguita, venne fatto dall'Editore un ultimo riscontro delle bozze medesime col testo originale, mercè l'aiuto del Dottore Antonio Ceruti, al quale l'Editore sente l'obbligo di esprimere qui nuovamente la sua sincera gratitudine.

In questi diversi lavori s'era impiegato parecchio tempo, così che, mentre si andavano compiendo, chi ne aveva la cura, distratto in altre occupazioni, e tolto alla sua vita sedentaria, si trovò costretto ad abbandonare l'opera già stampata, senza aver avuto agio di raccogliere e di ordinare per essa in una *Introduzione* quelle indicazioni che gli parevano indispensabili, perchè i lettori potessero formarsi un giusto concetto della autenticità del libro, della sua importanza, e della natura degl'insegnamenti in esso contenuti.

Passarono così non pochi anni, durante i quali l'*Ottica di Tolomeo*, sebbene stampata, rimase inedita, e lo sarebbe ancora, se l'editore, rompendo il lungo indugio, non si fosse risoluto a pubblicarla senza altro, rinunciando al pensiero che aveva per varii anni accarezzato di corredarla d'una *Introduzione analitica,* nella quale avrebbe esaminato accuratamente tutta la dottrina del libro.

Scelti però alcuni fra i numerosi appunti già preparati per quella *Introduzione,* l'Editore reputa cosa non inutile, il porli quì per comodo dei lettori, ai quali potranno risparmiar forse qualche fatica e agevolar qualche indagine.

Dubitano alcuni che realmente Claudio Tolomeo l'Astronomo sia autore del trattato d'*Ottica* che porta il suo nome. È vero infatti che lo scrittore dell'*Almagesto* avrebbe dovuto parlare della Rifrazione nella sua Grande Opera Astronomica, se la Rifrazione e i suoi effetti sulla posizione apparente degli astri fossero stati noti a lui scrittore dell'*Ottica;* ma, oltre che si può supporre quest'ultimo libro posteriore di parecchi anni al primo, potrebbe essere ancora che Tolomeo non avesse parlato della refrazione nell'*Almagesto*, per non essere in grado di assegnarne regole abbastanza sicure, come dice nell'*Ottica.*

D'altronde nel Capo III del libro I° dell'*Almagesto* Tolomeo scrive: « Nam quod juxta horizontem major « magnitudo stellarum videatur, non distantiae par« vitas id facit, sed hujusmodi terra obeuntis eva« poratio quum inter visum nostrum et stellas « ipsas exhalet, veluti majora in aquis submersa « videntur, et quidem tanto majora, quanto pro« fundiora petierint ». Il che basterebbe a provare che il Tolomeo dell'*Almagesto* non ignorava certi effetti della rifrazione. E forse si potrebbe ancora citare in proposito il Capo VI del libro VIII, dove sembra che veramente Tolomeo alluda allo spostamento delle stelle causato dalla rifrazione.

Eliodoro di Larissa e Simplicio nominando l'autore dell'*Ottica* lo chiamano Tolomeo, senza prenome alcuno, e sembrano voler indicar così quello, fra i Tolomei, che già godeva di una grandissima riputazione, cioè l'Astronomo. Anzi Simplicio lo dice autore ancora di un libro sugli elementi: στοιχείων βιβλίω, indicazione che può convenire soltanto all'astronomo Tolomeo. È vero che l'*Almagesto*, come si è detto, non cita l'*Ottica*, nè questa l'*Almagesto*, ma è vero altresì che quasi mai Tolomeo cita le proprie opere, e appena si conoscono due o tre esempi di siffatte citazioni, in modo che il silenzio serbato dall'Autore dell'*Ottica* rispetto a quello dell'*Almagesto* non prova nulla, tanto più se si riflette che, nella sua *Geografia*, Tolomeo non nomina punto la sua *Grande Composizione Matematica;* nè, a detta del Martin, alcuna delle tre Opere: il *Quadripartito*, il *Planisfero*, l'*Analemma*, contiene citazioni dell'*Almagesto*, sebbene tutte si aggirino intorno a cose Astronomiche. Il Caussin, d'altronde, e più distesamente il signor Thomas Henri Martin, hanno trattato questo medesimo argomento, e quest'ultimo scrittore conchiude le sue indagini dicendo che: « *L'Optique de Ptolémée*, dont nous avons « une traduction latine incomplète, faite sur deux « manuscrits incomplèts d'une traduction Arabe, « *est bien celle de l'astronome Grec*. Ajoutons (soggiunge ancora il Martin) que, malgré les fautes, « qu'on y remarque, elle n'est pas une de ses « œuvres les moins estimables ».

Dell'*Ottica* di Tolomeo però si perdettero presto, o si corruppero i Codici greci, poichè gli Arabi che vollero tradurli li rinvennero mutili di un libro intero, e di buona parte di un altro. La traduzione Araba si fa risalire dal Caussin al regno di Almamoun (813-833), cioè a quasi sette secoli dopo Tolomeo; quella fatta in lingua latina da Eugenio Ammiraglio di Sicilia su due codici Arabi, sarebbe del secolo XII (l'Amari crede che l'Ammiraglio Eugenio sia stato contemporaneo di re Ruggiero, morto nel 1154) e il manoscritto riprodotto fedelmente in questa edizione sembra rimontare al secolo XIV.

Della traduzione dell'*Ottica* di Tolomeo fatta dall'Ammiraglio Eugenio si conoscono attualmente quattordici Codici che si possono così disporre secondo l'ordine probabile della loro data:

1° Secolo XIV. Codice della Biblioteca Ambrosiana di Milano, segnato: T. 100. Parte superiore.

2° forse del princ.° del XV. Codice della Biblioteca pubblica della Università di Basilea, segnato: F. II. 33.

3° Secolo XV. Codice della Biblioteca Reale di Berlino, segnato: *Manuscripta latina*, Fol. 283.

4° » XVI. Codice della Biblioteca Bodleiana d'Oxford, segnato: *Savile* 24.

5° » XVI. Codice Vaticano, n° 2975.

6° » XVI. Codice posseduto dal Principe Don Baldassarre Boncompagni, segnato n° 314.

7° fine del XVI, o principio del XVII. Codice della Biblioteca del Collegio Romano, segnato: H. C. 93.

8° Secolo XVI, o XVII. Codice della Biblioteca Ambrosiana di Milano, segnato: D. 451, Parte inferiore.

9° Secolo XVII. Codice della Nazionale di Firenze, segnato: II, III, 35.

10° » » Codice della Nazionale di Firenze, segnato: Classe XI, n° 64 e 65.

11° Secolo XVII. Codice della Nazionale di Parigi, segnato: *Fonds Latin*, n° 10260.

12° » » Codice della Nazionale di Parigi, segnato: *Fonds Latin*, n° 7310 (proveniente a quanto pare dalla Biblioteca del Boulliau).

13° fine del XVIII. Codice che apparteneva al celebre Geometra Michele Chasles, Membro dell'Istituto (è copia del ms. 7310 della Biblioteca Nazionale fatta fare dal Caussin o dal Delambre alla fine del secolo scorso). La filigrana della carta porta: H. PETIT 1782.

14° Secolo XIX (del 1820). Codice della Biblioteca Reale di Berlino, segnato: Mss. lat. fol. 202 (copia del mss. Parigino *Fonds Latin*, n° 7310).

Tutti questi codici (1) sono posteriori di molto al tempo nel quale (secondo ogni probabilità) venne fatta la traduzione del libro di Tolomeo dall'Ammiraglio Eugenio (1150?) e però nessuno di essi può considerarsi come originale. Fra i più antichi però e i più recenti corre una differenza notevole rispetto alla correzione del testo e alla sua integrità.

(1) Chi volesse saperne di più intorno ai diversi Codici dell'*Ottica di Tolomeo* vegga un eruditissimo lavoro pubblicato dal Principe Boncompagni nel T. IV (1871) del suo *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche* (pag. 470-492) e le giunte a questo scritto (*Bullet.* ecc. T. VI. (1873) pag. 159-170). Manca solo in quella minuta rassegna il Codice 7°, quello cioè che apparteneva alla Biblioteca del Collegio Romano, e che ora trovasi nella Biblioteca Nazionale V. E. di Roma. Di codesto Codice Cartaceo, scritto verso la fine del secolo XVI o al principio del XVII, e che rassomiglia ai nove codici più scorretti e meno interi dell'opera, non occorre una più minuta descrizione.

I più vecchi fra i 14 codici, sono anche i meno mutili e i meno alterati. Gli altri sembrano provenir da qualcuno di quei primi, e presentano quasi tutti le medesime alterazioni.

Basterà un esempio per classificare i diversi manoscritti e per mostrare come all'infuori dell'Ambrosiano T. 100 *Parte superiore* (che è stato riprodotto in questa edizione), di quello di Berlino (Mss. Lat. fol. 283), di quello di Basilea (F. II. 33), di quello di Oxford (Savile 24), e dell'altro Ambrosiano (D. 451 P. I) (il quale forse è una copia antica del primo), non vi è alcuno degli altri nove codici, che possa venir consultato utilmente per rischiarare qualche passo oscuro del testo.

La Prefazione messa dall'Ammiraglio Eugenio davanti alla sua traduzione comincia così nel codice Ambrosiano T. 100 P. S.

« *Cum considerarem Optica Tholomaei necessaria utique fore scientiam diligentibus et rerum perscrutantibus naturas, laboris honus subire et illa in praesenti libro latine interpraetari non recusavi* ».

Ora in codesto passo, *naturas*, *laboris honus subire*, che si legge tal quale anche nel codice Berlinese (mss. Lat. fol. 283), è scritto *naturas, laboris onus subire* nei Codici di Basilea, di Oxford e nell'Ambrosiano meno antico, ma in sette altri Manoscritti diviene *naturas humanas subire* e in due *naturas humanorum*, o *humanarum subire;* ciò che farebbe credere che da una prima copia mal fatta del secolo XVI, siano poi state tratte tutte le altre, riproducendone come questo, così tutti gli altri errori e le omissioni frequentissime.

Il Codice n° 1 presenta indicazione di lacune in quattro luoghi soltanto (pag. 14, lin. 32; pag. 15, lin. 1; pag. 50, lin. 14; e pag. 77, lin. 25, 26 della presente edizione). Manca, è vero, in esso il 1° *sermone,* ma ne mancano tutti gli altri Codici *(primus tamen sermo non est inventus)* (1), perchè il traduttore non lo trovò nei due esemplari della versione Araba sui quali egli condusse la sua, ciò che fa supporre il testo Greco già mutilo, quando si pensò di tradurlo in Arabo. Nel *sermo secundus* appariscono tre sole mancanze; il *sermo tertius* presenta una lacuna; nel *sermo quartus* sembra non manchi nulla, solo il *quintus* finisce in tronco (pagina 168 di questa edizione), e il traduttore soggiunge: *Reliqua hujus sermonis non sunt inventa,* come vien detto, con qualche variante di forma, in tutti gli altri Codici interi di quest'opera. Potrebbe darsi però, che più numerose fossero le lacune del testo, quantunque il traduttore o l'amanuense non le abbiano notate, e forse la oscurità di certi passi ne darebbe indizio.

La lingua nella quale è scritta la traduzione dell'Ammiraglio Eugenio è barbara tanto, che egli

---

(1) Ruggero Bacone nel suo *Opus Majus* (Ed. Londini, 1733, pag. 260) cita il primo libro di Tolomeo: *De Opticis*, ma potrebbe essere codesto uno sbaglio di citazione, come avvertì il Caussin, o un errore dei trascrittori.

medesimo stimò necessario di scusarsene nella prefazione. Già il Caussin ha dimostrato come spesso la frase latina riesca bizzarramente oscura perchè letteralmente tradotta dall'Arabo, ma è assai probabile che gli amanuensi abbiano aggravato per ignoranza la oscurità del testo ricopiandolo scorrettamente. Nondimeno certe improprietà e certi errori, specialmente Geometrici, sono proprio da attribuirsi al traduttore, il quale probabilmente ignorava il linguaggio matematico. Lo vediam quindi scriver sempre *Circumferentia* invece di *Arcus*, anche quando si tratta di archi piccolissimi, *Refractus* e *Refractio* per *Reflexus* e *Reflexio*, *Caput* per *extremitas* o *vertex*, *curvus*, per *convexus* come opposto a *concavus*, ecc., cosicchè l'intelligenza delle dimostrazioni divien talvolta difficilissima, e non di rado impossibile. Rispettando però la lingua usata dall'Ammiraglio Eugenio, l'Editore, nella riproduzione del Codice Ambrosiano, si è permesso di correggervi soltanto ciò che non poteva in alcun modo alterare il senso del testo. Così per esempio egli ha sostituito gli *ae* e gli *oe* nei luoghi, dove l'amanuense aveva messo soltanto una *e*; ha posto l'*y* invece dell'*i* in certe parole che lo richiedevano, ha punteggiato alla meglio le frasi e interrotto, coll'andar *a capo*, la monotonia della continuità usata nel Codice Ambrosiano, la quale avrebbe anche reso assai più difficili le ricerche, o le citazioni. Il resto si lascia alla cura degli studiosi che vorranno leggere l'*Ottica* di Tolomeo, e pei quali sarebbero state affatto inutili quelle correzioni, o quei mutamenti; onde si sarebbe forse alterato arbitrariamente il concetto dell'Autore.

Tolomeo (se il libro è veramente suo) non brilla troppo in quest'*Ottica* per la dottrina geometrica, e non è raro l'incontrarvi errori, che non si saprebbe come ascrivere a colpa dei traduttori, o degli amanuensi. La ricerca dei *fôchi* e del *luogo* e della *forma* delle imagini negli specchi convessi (*curvi*) e concavi (*concavi*) vi è fatta molto confusamente e per casi particolari, anzichè in modo generale. Essa è poi sempre viziata dall'esservi posto come principio, che l'imagine di un punto debba trovarsi nell'incontro delle due linee che vanno, l'una dal punto luminoso dato al centro di curvatura dello specchio, l'altra dall'occhio al punto della superficie riflettente, dove si fa la riflessione secondo la legge, nota agli antichi, della perfetta eguaglianza degli angoli d'incidenza e di riflessione. Codesto principio che trovasi pure nel libro *degli Specchi* d'Euclide, e che gli ottici d'allora riguardavano siccome evidente, conduce a conseguenze falsissime quando lo si applichi in modo generale alla ricerca del luogo delle imagini. Per esso infatti l'imagine di un punto situato davanti a uno specchio convesso o concavo deve trovarsi sempre sulla retta che congiunge il punto luminoso col centro dello specchio, qualunque sia il luogo nel quale si dirigano i raggi provenienti da essa imagine, o (come dicevano gli antichi) qualunque sia il luogo dell'occhio. Ora si sa invece che l'imagine d'un punto costituisce una superficie curva di forma variabile chiamata dai Geometri la *Caustica* di quel tale specchio rispetto al punto dato, e però la soluzione generale del problema ideata dagli antichi e accolta da Tolomeo riesce falsa, nè si verifica prossimamente, se non nel caso in cui si tratti di raggi riflessi, i quali facciano un angolo piccolissimo colla retta che congiunge il punto raggiante col centro dello specchio.

Nel voler applicare il principio esposto, l'autore si affatica in più luoghi a risolvere diversi casi particolari di un problema, che, risoluto poi in modo generale nell'Opera dell'Arabo Alhazen, conserva oggi ancora il nome di questo Geometra. Il problema è il seguente: *Essendo dati una superficie riflettente sferica, il luogo d'un punto luminoso e quello pel quale deve passare un raggio riflesso, determinare il punto dello specchio in cui dovrà farsi la riflessione.* L'equazione dalla quale dipende la risoluzione generale di codesto problema essendo di 4° grado, era impossibile che Tolomeo la risolvesse colla riga e col compasso come egli andava tentando. Alhazen vi adoprò una iperbola e riuscì nell'intento, sebbene la sua dimostrazione sia d'una oscurità e d'una prolissità, che il maestro del Newton, il Barrow, chiamò *orribili*, e che sono tali veramente da scoraggire i più volonterosi. Il Barrow, l'Huygens, lo Sluse, il de l'Hôpital, il Kaestner, il Pessuti e molti altri diedero soluzioni più o meno eleganti di questo problema, il quale ha molto maggiore importanza pel Geometra che non ne abbia per l'Ottico.

Tolomeo come Empedocle, come Platone, come Euclide, ritiene la *vista* farsi per raggi che escono dall'occhio e vanno a toccare i punti delle cose, stabilendo così fra il cervello e gli oggetti toccati dai raggi della virtù visiva una relazione che potrebbe quasi dirsi tattile, se codesti tentacoli visuali non tenessero più dello spirituale che del corporeo.

Da siffatta ipotesi deriva la forma, un po' strana per noi, delle dimostrazioni impiegate da Tolomeo, e sulle quali si trova rovesciato l'andamento dei raggi per rispetto a quello che si suol seguire dai moderni.

Vitellone e Giovanni Pecham abbandonarono la ipotesi della emissione oculare, e considerarono la luce come una virtù, o una efficacia dei corpi luminosi che penetrando nell'occhio può destarvi la sensazione visiva, nè altri dopo di loro tentò mai più di rinnovare sul serio la singolare ipotesi degli antichi.

Non bisogna credere però che Euclide, Tolomeo e gli altri seguaci della stessa dottrina escludessero l'emanazione della luce da certi corpi, come per esempio dal sole, anzi Eliodoro Larisseo dice essere somigliante la *vista* (vale a dire i raggi oculari) al sole, riflettendosi e rifrangendosi i raggi dell'una, come si riflettono e si rifrangono i raggi dell'altro.

Per essi quindi i raggi partiti dal corpo luminoso potevano incontrarsi con quelli dell'occhio e associarsi con essi, dal che nasceva poi, se non tutta la visione, almeno una più forte impressione di luce sul riguardante. Così può intendersi ciò che Tolomeo dice, parlando del primo *Sermone* o *Libro* della sua *Ottica*, quando scrive che esso conteneva: *Omnia quibus aliquis possit coaptare ea quae sunt de visu et lumine, ut sibi communicent, et quo ad invicem assimilantur, et quo differunt in virtutibus et motibus eorum, et quid continet unumquodque utrorum de specie differentiae.*

Tolomeo fu uno dei primi, fra gli Scienziati antichi, a praticare la vera filosofia sperimentale, come apparisce da questo suo trattato d'*Ottica*, nel quale piglia i risultati della esperienza come base delle deduzioni geometriche. Probabilmente gli aveva suggerito siffatto metodo lo studio dell'astronomia, nel quale la semplice speculazione filosofica, disgiunta dalla osservazione e dalla misura degli angoli e dei tempi, non avrebbe potuto mai condurre gli uomini ad altro fuorchè ad una cosmografia fantastica e alle vanità dell'astrologia giudiciaria. Se Talete e Pitagora avevano tentato la stessa via, i loro tentativi erano rimasti infecondi, o se ne era perduta la memoria. Euclide aveva trattato dell'Ottica, ma da geometra soltanto. Da Archimede, colla determinazione delle densità, si era dato, senza dubbio, il primo impulso alla vera filosofia della esperienza; Herone cogl'ingegnosi suoi automati, Vitruvio, Cleomede, Seneca (forse) avevano battuto la medesima via, ma di nessuno rimane così chiara testimonianza, come di Tolomeo, il quale misurando gli angoli di riflessione e quelli di rifrazione della luce per diverse incidenze e per varii corpi, confermò pienamente la legge della riflessione ammessa dai più antichi Geometri, e tentò di scoprire quella che seguono i raggi allorchè si rifrangono.

Sarebbe stato assai difficile l'imaginare a quei tempi stromento più semplice e più adatto di quello onde si vale Tolomeo (pag. 62, linea 32 e seg.) per cercar la legge della riflessione; e la rifrazione studiata con un congegno analogo (pag. 144, linea 19 e seg.), nel passar che fa la luce dall'aria nell'acqua, poi dall'aria nel vetro e finalmente dall'acqua nel vetro, avrebbe potuto rivelare a Tolomeo la legge dello Snell, o del Descartes, se egli avesse ripetuto un maggior numero di volte e con circoli esattamente divisi le misure degli angoli, che, assai probabilmente, si contentò di misurare solo una o due volte e non sempre colla medesima precisione.

È curioso il passo del libro III (pag. 77, linea 29 e seguenti, e pag. 78) nel quale Tolomeo tenta di spiegare la maggiore grandezza apparente degli astri all'orizzonte in questo modo:

« Generalmente, il raggio visivo quando arriva « sulle cose da vedersi in modo diverso da quello « che gli è naturale e solito sente meno le dif- « ferenze che sono in esse, e giudica meno retta- « mente delle loro distanze. Da ciò si vede perchè « di quelle cose che sono nel cielo e sottendono « angoli eguali fra i raggi visivi, quelle che sono « più vicine allo zenit appariscano minori, quelle « invece che sono presso all'orizzonte si veggano « altrimenti e secondo abitudine. Le cose poste nel-

« l'alto appariscono piccole perchè vedute in modo « diverso dal consueto e con azione faticosa ».

Concernono forse, sebbene meno direttamente, lo stesso fenomeno quei passi del II libro (pag. 51, linea 26 e linea 31; pag. 52, linea 15; pag. 58, linea 18), che trattano dell'apparire le cose più o meno vicine secondochè sono più o meno splendenti.

Nell'*Almagesto* (lib. I, Cap. III) Tolomeo attribuisce invece la maggior grandezza apparente degli astri presso l'orizzonte alle evaporazioni terrestri che si interpongono fra l'occhio e gli astri e che ce li fanno apparire più grandi, come l'acqua ne mostra maggiori le cose in essa immerse.

È nel V libro (pag. 142) che Tolomeo principia a discorrere della rifrazione (*fractio*, *flexio*) che ha luogo nel passaggio dei raggi visuali (*radii visibiles, qui procedunt a visu*) da un mezzo in un altro, il quale si lascia penetrare dalla vista (*quod penetrat visus*), e avverte come la rifrazione non ha luogo se non nel passaggio da un mezzo in un altro e propriamente alla superficie di separazione dei due mezzi. Nota poi come i raggi si rifrangano tanto nel passare dai mezzi più sottili nei più densi, quanto nell'andar da questi a quelli, non facendosi mai le flessioni per angoli eguali rispetto alle normali; ma secondo certe proporzioni.

Passa in seguito a dire come i punti veduti per rifrazione si veggono nel luogo d'incontro del raggio che parte dall'occhio e si prolunga nel mezzo rifrangente; e della perpendicolare condotta dal punto osservato sulla superficie rifrangente, ed aggiunge che il raggio incidente e il raggio rifratto giaciono in uno stesso piano normale alla superficie rifrangente.

Il fenomeno dell'innalzamento della imagine di una moneta collocata in fondo a un catino prima vuoto, poi pieno d'acqua serve a Tolomeo per mostrare in che consista il fenomeno della rifrazione.

Procedendo quindi alla misura delle rifrazioni incomincia dallo studio della rifrazione nell'acqua, per la quale indica i risultati seguenti; accanto a cui si sono scritte le differenze prime e seconde fra gli angoli successivi di rifrazione:

Angoli di Incidenza	Angoli di Rifrazione	Differenze prime	Differenze seconde
°	° '	° '	'
0	0. 0		
		8. 0	
10	8. 0		30
		7.30	
20	15.30		30
		7. 0	
30	22.30		30
		6.30	
40	29. 0		30
		6. 0	
50	35. 0		30
		5.30	
60	40.30		30
		5. 0	
70	45.30		30
		4.30	
80	50. 0		

Pel vetro invece fra gli angoli d'incidenza e di rifrazione egli trova le relazioni seguenti:

Angoli di Incidenza	Angoli di Rifrazione	Differenze prime	Differenze seconde
°	° ′	° ′	′
10	7		
		6 . 30	
20	13 . 30		30
		6 . 00	
30	19 . 30		30
		5 . 30	
40	25		30
		5 . 00	
50	30		30
		4 . 30	
60	34 . 30		30
		4 . 00	
70	38 . 30		30
		3 . 30	
80	42		

Calcolando *l'indice*, dell'acqua e del vetro per ciascuno degli angoli dati da Tolomeo, lo si vede crescere dall'angolo minimo d'incidenza fino a quello di 50°, pel quale acquista un valore massimo; questo valore decresce poi fino all'angolo di 80°, al quale si arrestano le tavole di Tolomeo.

La legge che seguono gli angoli di rifrazione dati da Tolomeo mostra come essi non risultino da misure dirette, o per lo meno non ne risultino se non per alcune poche incidenze. È assai probabile che la difficoltà delle misure nel caso degli angoli molto piccoli o molto grandi, e l'impossibilità di spingerne la precisione al di là del mezzo grado, abbiano indotto Tolomeo a contentarsi di numeri approssimati che gli apparivano legati fra loro dalla costanza delle differenze seconde (1).

Stando a codesti numeri, la relazione fra gli angoli d'incidenza i e quelli di rifrazione ρ può dunque esprimersi con:

$$\rho = a i - b i^2$$

dove per l'acqua	$a = 0{,}825$	$b = 0{,}0025$
e pel vetro	$a = 0{,}725$	$b = 0{,}0025$
ovvero per l'acqua	$a = \frac{330}{400}$	$b = \frac{1}{400}$
e pel vetro	$a = \frac{290}{400}$	$b = \frac{1}{400}$

La stessa legge si osserva ancora, secondo i dati di Tolomeo, nelle rifrazioni dal vetro all'acqua. Là pure sono costanti le differenze seconde degli angoli di rifrazione, quelli d'incidenza variando in progressione aritmetica. Gli angoli d'incidenza i e quelli di rifrazione ρ possono quindi collegarsi fra loro

---

(1) KEPPLER riscontrando questa stessa legge nelle Tavole date da VITELLONE (che son quelle di Tolomeo con piccolissime variazioni) scrisse [*Paralipomena in Vitellionem*, Cap. IV-6, Prop. VIII]: « Certum « igitur est, Vitellionem suis ab experientia captis refractionibus « manum admovisse, ut in ordinem illas per secundorum incremen- « torum aequalitatem redigeret ».

anche in questo caso con una relazione della forma già indicata, purchè vi si faccia

$$a = 0{,}975 \qquad b = 0{,}0025$$

ovvero

$$a = \frac{390}{400} \qquad b = \frac{1}{400}.$$

Infatti pel passaggio dall'acqua nel vetro Tolomeo dà le relazioni seguenti:

Angoli di Incidenza	Angoli di Rifrazione	Differenze prime	Differenze seconde
°	° ′	° ′	′
10	9 . 30		
		9 . 00	
20	18 . 30		30
		8 . 30	
30	27		30
		8 . 00	
40	35		30
		7 . 30	
50	42 . 30		30
		7 . 00	
60	49 . 30		30
		6 . 30	
70	56		30
		6 . 00	
80	62		

Ammettendo la relazione: $\rho = a\,i - b\,i^2$, Tolomeo s'era accostato un po' più alla vera legge della rifrazione di quello che se si fosse servito della relazione più semplice $\rho = c\,i$, adoprata da alcuni ottici posteriori a lui.

Dalla relazione di Tolomeo si dedurrebbe un *indice* di rifrazione variabile, e si avrebbe un massimo per l'angolo ρ, quando fosse $i = \frac{a}{2b}$, ma un tale *massimo* non rappresenterebbe nulla di reale corrispondendo a incidenze impossibili.

Per le incidenze di 90° la formola dedotta dalle tavole di Tolomeo darebbe nel passaggio

dall'aria nell'acqua: $\rho_a = 54°$
dall'aria nel vetro: $\rho_v = 45°$
dall'acqua nel vetro: $\rho_{av} = 67° 30'$.

Secondo la legge di Snell invece, e prendendo come indice:

per l'acqua . . . $n_a = \frac{4}{3}$

si ha per angolo limite $\rho_a = 48°. 35'. 25'', 4$

pel vetro . . . . $n_v = \frac{3}{2}$

si ha per angolo limite $\rho_v = 41°. 48'. 37''. 1$

dall'acqua al vetro $n_{av} = \frac{9}{8}$

si ha per angolo limite $\rho_{av} = 62°. 44'. 2''. 0$

i quali angoli sono tutti inferiori di parecchi gradi a quelli che risulterebbero dalle tavole di Tolomeo.

Tolomeo non dà alcuna legge pel passaggio della luce dal mezzo più rifrangente nel meno rifrangente e si accontenta di notare che: « apparisce in tal « caso una grande diversità nell'aumento degli an« goli e nella quantità della flessione ». Se la legge espressa dalle formole $\rho = ai - bi^2$ rappresentasse veramente la relazione fra gli angoli d'incidenza e di rifrazione, se ne dedurrebbe:

$$i = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4b\rho}}{2b}$$

che pei valori speciali attribuiti da Tolomeo ad a e b si riduce a:

$$i = 200 \left\{ a \pm \sqrt{a^2 - 0,01\rho} \right\}$$

la quale formula potendo dare degli i superiori a 90° non rappresenta il fenomeno della riflessione totale, e quindi non può valere nella ricerca delle rifrazioni da un mezzo più rifrangente in un meno rifrangente.

Se si cercano gl'*indici* corrispondenti a ciascuno degli angoli di rifrazione nell'acqua, nel vetro e dall'acqua nel vetro dati da Tolomeo si ottengono i valori seguenti:

Per l'acqua, $n_a =$	pel vetro, $n_v =$
1,24771	1,42487
1,27983	1,46510
1,30656	1,49787
1,32586	1,52096
1,33864	1,53209
* 1,33348	* 1,52898
1,31748	1,50951
1,28558	1,47172

Dall'acqua nel vetro, $n_{av} =$
1,05211
1,07789
1,10134
1,12067
1,13389
* 1,13890
1,13347
1,11536

dei quali valori quelli segnati * e corrispondenti all'incidenza di 60°, rappresentano quasi esattamente gl'indici veri, almeno per l'acqua e pel vetro. L'indice dall'acqua al vetro dedotto dagl'indici di queste due sostanze sarebbe 1,14661 invece di 1,13890 che risulta dalle misure, o dai calcoli di Tolomeo. Calcolando cogli indici $n_a = 1,33348$, $n_v = 1,52898$, $n_{av} = 1,13890$ le rifrazioni corrispondenti alle incidenze adoperate da Tolomeo si ottiene:

Angoli di Incidenza	ANGOLI DI RIFRAZIONE		
	nell'acqua $n_a = 1,3334799$	nel vetro $n_v = 1,5289829$	dall'acqua nel vetro $n_{av} = 1,1388987$
°	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
0	0. 0. 0	0. 0. 0	0. 0. 0
10	7.28.56	6.31.16	8.46.12
20	14.51.42	12.55.33	17.28.33
30	22. 1.18	19. 5.15	26. 2.29
40	28.49. 7	24.51.36	34.21.37
50	35. 3.45	30. 4. 2	42.16.10
60	40.30. 0	34.30. 0	49.30. 0
70	44.48.17	37.55.19	55.35.51
80	47.36.21	40. 5.52	59.50.55
90	48.34.59	41.48.37	61.24.25

Gli angoli di rifrazione così calcolati per l'acqua e pel vetro differiscono da quelli dati da Tolomeo di poco più di mezzo grado per tutte le incidenze che vanno da 0° a 70°. Solo per l'incidenza di 80° la differenza raggiunge, o supera due gradi. Ora, se si bada al metodo adoperato da Tolomeo per misurare questi angoli, s'intende facilmente come abbiano potuto sfuggire all'osservatore differenze così piccole, tanto più che nelle misure Tolomeo non tien mai conto di frazioni d'arco minori del mezzo grado. Nel passaggio della luce dall'acqua al vetro, le differenze sono maggiori, ma in questo caso bisogna attribuire le inesattezze alla forma del mezzo cilindro di vetro adoperato da Tolomeo, il quale senza dubbio era di un vetro pieno di ritrosi, di bolle, di parti diversamente rifrangenti, aveva la faccia piana mal ridotta a vera pianezza, e la parte curva ancora peggio lavorata in forma semicilindrica. Le differenze riescono anche un po' più considerevoli, se si calcolano gli angoli di rifrazione coll'indice dall'acqua al vetro che risulta dai due adoperati separatamente per l'acqua e pel vetro, anzichè coll' indice che si deduce dalla rifrazione indicata da Tolomeo per l'incidenza di 60° nel passaggio dall'acqua nel vetro. — In generale, le rifrazioni di Tolomeo superano le vere, probabilmente per la tendenza inconscia dell'osservatore ad esagerare la grandezza del fenomeno studiato.

L'artificio aritmetico adoperato da Tolomeo per calcolare le sue tavole di rifrazione, artificio pel quale l'angolo ρ di rifrazione si esprime in funzione dell'angolo i d'incidenza colla relazione:

$$(a)\ldots \qquad \rho = a i - b i^2$$

non poteva condurre a risultamenti esatti, poichè se si cerca di esprimere ρ in funzione di i, partendo dalla legge dello Snell o del Descartes, e sviluppando (1) le potenze successive del seno dell'angolo i, in funzione dell'arco i, si ottiene:

$$(b)\ldots \left\{ \begin{array}{l} \rho = \nu i - \frac{1}{6} \nu i^3 \{1 - \nu^2\} + \frac{1}{120} \nu i^5 \{1 - 10 \nu^2 + 9 \nu^4\} \\ \quad - \frac{1}{5040} \nu i^7 \{1 - 91 \nu^2 + 315 \nu^4 - 225^6 \nu\} + \ldots \end{array} \right.$$

dove con ν si rappresenta la reciproca dell'indice di rifrazione, cioè: $\nu = \frac{1}{n}$.

Se, invece di esprimere i e ρ in parti del raggio, si volessero in gradi e frazioni di grado, allora bisognerebbe trasformare la (b) in:

$$(c)\ldots \rho_1 = \nu i_1 \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{1}{6}(1 - \nu^2) \left[i_1 \frac{\pi}{180} \right]^2 \\ \quad + \frac{1}{120}(1 - 10 \nu^2 + 9 \nu^4) \left[i_1 \frac{\pi}{180} \right]^4 \\ \quad - \frac{1}{5040}(1 - 91 \nu^2 + 315 \nu^4 - 225 \nu^6) \left[i_1 \frac{\pi}{180} \right]^6 + \ldots \end{array} \right\}.$$

---

(1) Il seno d'un angolo i in funzione dell'arco i essendo espresso da un infinitinomio, per elevarlo alle diverse potenze si può ricorrere al metodo dato da Gregorio Fontana nel 1° articolo delle sue: *Ricerche sopra diversi punti concernenti l'analisi infinitesimale e le sue applicazioni alla fisica.* (Pavia 1793, 1 vol. in-8°, pag. 5 e seg.).

In qualunque modo, limitandosi ai due primi termini di questa espressione, l'angolo di rifrazione si trova espresso da

$$\rho = \alpha i - \beta i^3$$

e però si vede come non debba accordarsi col valore di ρ calcolato da Tolomeo nemmeno per angoli inferiori a 30°, pei quali possono bastare i due primi termini della serie.

Dopo d'aver mostrato come proceda la rifrazione nell'acqua e nel vetro, Tolomeo (pag. 151) cerca che cosa debba accadere ai raggi luminosi, che dall'etere giungono all'aria e l'attraversano, e ne deduce che gli astri presso l'orizzonte debbono sembrare meno lontani dallo zenit che realmente non siano, così che essi appariscano ancora sull'orizzonte, quando sono già tramontati (1). Fa osservar quindi che la deviazione del raggio visuale dev'essere tanto minore quanto più l'astro si accosta allo zenit, dove la deviazione si annulla.

Segue quindi a dire che, se si conoscesse l'altezza dell'atmosfera si potrebbe dare una regola per la quantità delle rifrazioni alle varie altezze degli astri sull'orizzonte, ma, ignorandosi codesta altezza, *impossibile est inde ratiocinationem fieri, qua dignoscatur quantitas anguli, quae fit in declinatione hujusmodi fractionum.*

---

(1) La rifrazione della luce e i suoi effetti sulla posizione apparente degli astri erano già noti a Cleomede, vissuto al principio dell'Êra Cristiana (50 dell'Êra volgare (?)). — Poco dopo Tolomeo, ne parlò pure Sesto Empirico (III Secolo?).

Tornando poscia alla legge, secondo la quale si rifrangono i raggi dai mezzi più rari (meno rifrangenti) nei più densi (più rifrangenti) Tolomeo fa notare che se l'occhio si collochi nel mezzo più denso, allora il raggio visivo piglierà nell'uscirne quella medesima via che esso avrebbe seguita nel più rado per arrivare al luogo del più denso dove attualmente trovasi l'occhio. Il che, mutando convenientemente il linguaggio e attribuendo ai *raggi della luce* quelle direzioni che Tolomeo attribuisce ai *raggi della vista*, torna lo stesso che dire, come anche oggi si ammette dagli ottici, che le due porzioni spezzate d'uno stesso raggio conservano le medesime direzioni, sia che la luce venga dall'uno, sia che essa arrivi dall'altro di due mezzi contigui.

Egli avverte ancora che ad angoli d'incidenza maggiori corrispondono maggiori angoli di rifrazione, così che, se $i_1 > i$ anche $\rho_1 > \rho$ e soggiunge che si ha sempre $\frac{i_1}{i} > \frac{\rho_1}{\rho}$, ed anche $\frac{i_1}{\rho_1} > \frac{i}{\rho}$ come pure: $\frac{i_1 - i}{i} > \frac{\rho_1 - \rho}{\rho}$ e $\frac{i_1 - i}{\rho_1 - \rho} > \frac{\rho}{i}$, delle quali relazioni egli avrà fatto uso probabilmente in quelle parti del V libro che non pervennero sino a noi.

Ma queste relazioni non sono vere se non quando la luce va da un mezzo meno rifrangente in uno più rifrangente. Quando invece i raggi passano da un mezzo più rifrangente in uno meno rifrangente, sebbene ad $i_1 < i$ corrisponda ancora $\rho_1 < \rho$ non è più vero che sia $\frac{i_1}{i} > \frac{\rho_1}{\rho}$ mentre invece si ha $\frac{i_1}{i} < \frac{\rho_1}{\rho}$, e perciò si mutano anche tutte le altre relazioni.

Una singolare espressione adoperata da Tolomeo (pag. 136) sembra alludere alla *conservazione della forza*, o a quel principio che fu detto della *minima azione*, poichè, dopo d'aver paragonato la riflessione alla rifrazione, e aver detto che in questa gli angoli d'incidenza e di rifrazione non sono eguali fra loro, come lo sono quelli d'incidenza e di riflessione, egli soggiunge: *Quod necessario oportet sic fieri per ea quae exposuerimus, ex quibus dinoscetur etiam res mirabilior, videlicet et cursus naturae in conservandis actibus virtutis.* Quella parte dell'*Ottica* di Tolomeo, nella quale si sarebbe dovuto trovare la dimostrazione di questo principio, manca nella traduzione dell'ammiraglio Eugenio.

Il passo che incomincia alla pag. 156 colle parole: *Cum enim distinctio*, e finisce alla pag. 158 con: *iam demonstratum est* (passo al quale si riferisce la figura 86 (Tab. VIII), che non fu possibile migliorare), sia perchè mal tradotto, sia perchè mutilato e rassettato dagli amanuensi, così come è, non sembra avere alcun senso. Può esser però che, collegandolo con quello che precede e con quello che segue, dopo d'avere abituato la mente alle stranissime espressioni del traduttore, riesca ad altri di indovinarne il significato.

Nel cercare il luogo delle imagini vedute per rifrazione Tolomeo procede come aveva proceduto per le imagini riflesse e come sembra procedessero tutti gli ottici antichi, vale a dire che egli conduce dal punto luminoso una normale alla superficie rifrangente e dice vedersi l'imagine di esso punto luminoso nel luogo, dove codesta normale incontra il raggio rifratto (che s'intende passi per l'occhio) purchè l'incontro abbia luogo su quella parte del raggio che sta davanti all'occhio. Se l'incontro avvenisse dietro l'occhio, questo non vedrebbe l'imagine.

Ora siffatta regola è altrettanto inesatta per la rifrazione, quanto per la riflessione. Il luogo della imagine d'un punto luminoso rispetto all'occhio trovasi sovra una *Caustica*, la quale non incontra la normale guidata dal punto luminoso alla superficie rifrangente, se non quando il raggio rifratto faccia un angolo infinitamente piccolo col raggio incidente.

Il V libro di Tolomeo non lo abbiamo intero; esso finisce con una parte della dimostrazione relativa al luogo e alla grandezza delle imagini delle cose vedute attraverso a un mezzo terminato da una superfice cilindrica, quando l'occhio che le osserva si trova in un mezzo più rifrangente di quello onde è fatto il cilindro..... Dopo di che il traduttore soggiunge: *Reliqua hujus Sermonis non sunt inventa.*

La mutilazione di questo quinto libro ci toglie, per ora almeno, ogni mezzo di conoscere con certezza se gli Antichi avessero o non avessero i vetri lenticolari, non bastando a provare che li avessero quello che Tolomeo vi dice dei mezzi terminati da una superficie piana o da una superficie cilindrica. Chè anzi il non parlarvisi di vasi sferici, nè di porzioni di sfera potrebbe quasi assicurarne del contrario. La supposta lente indicata da qualche scrittore come trovata a Ercolano, o a Pompei e serbata nel Museo di Portici (ora in quello di Napoli) non è, nè può essere mai stata una lente. È un pezzo di vetro irregolarmente piano-convesso contorto, bolloso, tale insomma che, anche supponendolo primitivamente più regolare, e non logorato dal tempo, non avrebbe mai potuto dare imagini utili degli oggetti veduti attraverso ad esso.

Studiando più minutamente le dottrine ottiche di Tolomeo non riuscirà difficile il poter mostrare quanto egli attingesse da' suoi predecessori Aristotile, Euclide, Herone, Cleomede, Seneca, ecc., e quanto abbiano attinto da lui Eliodoro, Alkindi, Alhazen, Ruggero Bacone, Witelo, Giovanni Peckham, Teodoro di Sassonia, il Maurolico, il Porta, ecc. ecc. Forse, come avvertì il Venturi, il primo libro di Tolomeo potrà ricostituirsi coll'opera *de Aspectibus* di Alkindi (secolo IX), o con qualche altra compilazione araba; e Ruggero Bacone, Alhazen o Witelo potranno dar modo d'intendere alcuni passi oscuri del testo di Tolomeo, e di rassettarne le parti mutilate.

Abili Grecisti e valenti cultori della lingua araba potranno continuare e perfezionare il saggio del Caussin, e così meglio interpretare il senso di alcune espressioni adoperate dall'Ammiraglio Eugenio, che mal ridotte dal Greco in Arabo e peggio forse d'Arabo in Latino, sembrano inintelligibili; ma qualunque studio si ponga a correggere, a compire, a spiegare l'Opera di Tolomeo, non se ne trarrà mai la prova, tanto vagheggiata da taluni, che la Scienza della Natura presso gli Antichi eguagliasse, se pur non passava, quella dei Moderni.

Il Tolomeo dell'*Ottica* (sia o non sia tutt'uno coll'Astronomo) fu senza dubbio uomo di molta dottrina pe' suoi tempi, ma le sue scoperte e i suoi studî si limitarono alle prime nozioni e più ovvie dei fenomeni luminosi, e neppur queste ebbe sempre chiare ed esatte. Nulladimeno se egli non può venir collocato, come Ottico, al disopra del Keplero, dello Snell, del Descartes, dell'Huygens, del Newton, del-l'Young, del Fresnel ecc., ecc., pur come Geometra si lasciò addietro notevolmente altri antichi, e la Storia della *Filosofia Naturale* deve citarlo con riconoscenza accanto a Talete, a Pitagora, ad Archita, ad Aristotile, ad Euclide, ad Archimede, ad Herone, a Ctesibio, a Cleomede, a Seneca, a Plinio, e a pochi altri, i quali dischiusero la via alla Scienza moderna, insegnando all'uomo come i fatti del mondo esteriore non debban cercarli nel mondo interno della mente, ma soltanto nelle cose, nei loro moti e nelle loro relazioni, quando pure queste, alla prima, possano parere contrarie al concetto che egli se ne era formato meditando.

G. Govi.

NOTE

Pag. III, *lin.* 10:

Ecco i titoli, tradotti in latino, di varie opere attribuite a Claudio Tolomeo di Pelusio, e stampate in greco, in latino, o tradotte in altre lingue:

I. Magnae Constructionis, Libri XIII (è l'*Almagesto*).
II. De hypothesibus planetarum liber.
III. De Analemmate.
IV. Planisphaerium ad Syrum.
V. De apparentiis et significationibus inerrantium.
VI. Quadripartitum, Libri IV; de apotelesmatibus et judiciis astrorum.
VII. Fructus librorum suorum, sive Centum dicta, aut Centiloquium.
VIII. Geographiae, Libri VII.
IX. Elementorum Harmonicorum, Libri III.
X. Recensio Chronologica Regum, sive Canon Regnorum.
XI. De judicandi facultate et animi principatu.
XII. Liber Ptolomei de speculis, qui dividitur in duos libros. (Stampato nell'opera *Sphera*, *cum commentis* — Venetiis — 1518, in-folio).

Rimangono inediti, o si credono perduti gli scritti seguenti:

I. Optica.
II. De dimensionibus, liber singularis.
III. Mechanicorum, Libri III.
IV. Periegesis.
V. Periplus.
VI. περὶ ῥοπῶν βυβλίων.
VII. Στοιχεῖα.
VIII. ὑποθέσεων, Libri II.

Vennero attribuiti pure a Tolomeo:

Libri III Magici.
Liber de Annulis, et libri Astrologici ad Aristonem.

Pag. III, *lin.* 17. — Damiani Philosophi, Heliodori Larissaei de Opticis, libri II. Nunc primum editi, et animadversionibus illustrati ab Erasmo Bartholino Casp. Filio. — Parisiis, ex officina Cramosiana, M. DC. LVII. Cum privilegio Regis Christianissimi. — 1 vol. in-4°.

Al Capo III (*pag.* 5) *dell'* Ottica d'Eliodoro *si legge:*

« Unde manifestum est, visibilia objecta à nobis videri
« emissione lucis: quod et euidentius patebit, vbi simili-
« tudinem visus nostri cum Sole proposuerimus. Dico au-
« tem, id quod à nobis emittitur, quodque visum solemus
« appellare, rectà ferri, et quidem secundum figuram coni
« rectanguli: quod demonstratum est mechanicè per in-
« strumento a Ptolomaeo in opere Optico ».

A queste parole il Bartolino aggiunge (pag. 103) *un lungo commento, nel quale fra altre cose cita la prefazione dello stesso Tolomeo al suo I libro* De Speculis, *dove dice:* « De Dioptrico autem, à nobis in aliis dictum « est copiosè, quanta videbantur ».

Pag. IV, *lin.* 1. — Simplicii Philosophi acutissimi commentaria in quatuor libros de Coelo Aristotelis, Guillermo Morbeto interprete. Quae omnia cum fidelissimis Codicibus Graecis recens collata fuere. — Venetiis, 1540, apud Hieronymum Scotum. 1 vol. in-fol. Fol. 3, col. 1, lin. 20-25. « Sciendum « autem quod Ptholomaeus in libro de Elementis, et in « Perspectivis....... »

Pag. IV, *lin.* 4. — Fratris Rogerii Bacon ordinis minorum, Opus Majus, ad Clementem Quartum Pontificem Romanum, ex MS. Codice Dubliniensi, cum aliis quibusdam collato, nunc primum edidit S. Jebb, M. D. — Londini, Typis Guilielmi Bowyer. M . DCC . XXXIII, in-fol.

Rogerii Bacconis Angli viri eminentissimi PERSPECTIVA in qua quae ab aliis fuse traduntur, succincte, nervose et ita pertractantur, ut omnium intellectui facile pateant. Nunc primum in lucem edita, opera et studio Johannis Combachii, Philosophiae professoris in Academia Marpurgensi ordinarii. — Francofurti, Typis Wolffgangi Richteri, sumptibus Antonii Hummii. M.DC.XIV, in-4° picc.

Rogerii Bacconis Angli viri eminentissimi SPECULA MATHEMATICA, in qua de specierum multiplicatione, earumdemque in inferioribus virtute agitur. Liber omnium scientiarum studiosis apprime utilis, editus opera et studio Johannis Combachii etc. Francofurti, Typis Wolffgangi Richteri, sumptibus Antonii Hummii. M.DC.XIV, in-4 picc.

*Pei luoghi di queste opere, nei quali Ruggero Bacone cita l'*Ottica *di Tolomeo, veggansi i due articoli di Don Baldassarre Boncompagni nel* Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche. T. IV (novembre 1871), pagg. 488-489, e T. VI (aprile 1873), pagg. 166, 169.

Pag. IV, *lin.* 7. — *Nell' opera intitolata:* TABULAE ECLYPSIUM Magistri Georgij Peurbachij — TABULA PRIMI MOBILIS Johannis de Monteregio. Viennae Austriae, 1514, infol., *alla carta* 4ª recto, *lin.* 20-21 *si legge un:* Index operum Johannis de Monteregio: quem dum in humanis erat imprimi curavit: huc secundario appressus: *nel quale* indice *alla linea* 44 *è notata la:* PERSPECTIUA PTOLEMAEI.

Che Giovanni Mueller (*Regiomontanus, o de Monte Regio*) *si fosse proposto di stampare l'*Ottica, *o* Perspectiva di Tolomeo *lo disse pure Giorgio Hartmann nella lettera di dedica della:* PERSPECTIVA COMMUNIS *di Giovanni Pisano* (*Peckham*) *stampata a Norimberga nel* 1542, *ristampata da Paschal Du Hamel a Parigi nel* 1556 in-4°. *In quella lettera l'Hartmann dà gli argomenti dei* 5 *libri dell'*Ottica di Tolomeo, *e soggiunge:* « Extat et apud nos eius fragmentum, quod tamen, quia unicum habemus exemplum, non ausi fuimus, propter eius depravationem, publicare ».

Anche Gio. Federico Weidler *nella sua* HISTORIA ASTRONOMIAE, *ecc.*, Wittembergae 1741, in-4°, *alla pagina* 310-311, Gio. Alfonso Fabricio *nella* BIBLIOTHECA LATINA MEDIAE AETATIS, Patavii 1754, in-4°, *Tomo* IV, *pag.* 123-124, *e* Gustavo Filippo Negelein di Norimberga *in una Dissertazione intitolata:* PRIMARIA QUAEDAM DOCUMENTA DE ORIGINE TYPOGRAPHIAE, *ecc. ecc.*, *stampata ad Altorf nel 1740, e nella quale riproduce in* fac-simile *la prima edizione dell'*Index operum *del Regiomontano (ristampato nel* 1514, *e citato poc'anzi), hanno fatto conoscere il progetto che questo dottissimo e laboriosissimo Astronomo aveva concepito di pubblicare la* Perspectiva Ptolemaei.

Pag. IV, *lin.* 12. — OPTICAE THESAURUS. Alhazeni Arabis libri septem, nunc primum editi. Eiusdem liber de Crepusculis et nubium ascensionibus. Item Vitellonis Thuringopoloni libri X. Omnes instaurati, figuris illustrati et aucti, adiectis etiam in Alhazenum commentarijs, a Federico Risnero. Basileae MDLXXII in-fol°. *Nella* Prefazione ad Alhazeno *alla carta segnata* α 2 *verso*, *lin.* 14-15 . . . « Euclideum hic vel PTOLEMAICUM nihil fere est » ; *e nella* Prefazione a Vitellone, *a carte* *3, recto, *lin.* 4-5, Alhazeni, Euclidis, PTOLEMAEI axiomata, hypotheses, theoremata omnia collegit ».

Pag. IV, *lin.* 14. — MÉMOIRE SUR L'OPTIQUE DE PTOLÉMÉE, et sur le projet de faire imprimer cet ouvrage d'après les deux manuscrits qui existent à la Bibliothèque du Roi — par M. Caussin — (dans les Mémoires de l'Institut Royal de France, Académie des inscriptions et belles lettres. T. VI — Paris 1822, pag. 1-43). *Veggasi in questa Memoria alla pag.* 5, lin. 9 e seg.

Pag. IV, *lin.* 20. — OPTICA Ambrosii Rhodii, Kembergensis, Philosophiae ac Medicinae doctoris, et Mathematum Professoris in Academia Leucorea. Cui additus est tractatus de Crepusculis. — Witebergae 1611, in-8°. *Veggasi alla carta non numerata* 15 verso, *e* 16 recto.

Pag. IV, *lin.* 27, 28. — Johannis Alberti Fabricii, Theol. D. et Prof. Publ. Hamburg. BIBLIOTHECA GRAECA, sive notitia scriptorum veterum graecorum quorumcumque monumenta integra, aut fragmenta edita extant tum plerorumque e Mss. ac deperditis ab auctore tertium recognita et plurimis locis aucta. Editio quarta, variorum curis emendatior atque auctior, curante Gottlieb Christophoro Harles cons. aul. et P. P. O. in univers. litter. Erlang. Accedunt B. I. A. Fabricii et Christoph. Augusti Heumanni supplementa inedita. Hamburgi 1790-1809, 12 *volumi* in-4°.

ib. Vol. V, pag. 270. Cap. XVI. De Claudio Ptolemaeo. *In questo Capitolo fra le* opera deperdita *si nota* (pag. 295) Ὀπτικὴ πραγματεία.

Pag. IV, *lin.* 30. — Lalande (Jérôme le Français) ASTRONOMIE. III édit. T. II. Paris 1792, pag. 512, § 2163.

Pag. V, *lin.* 1. — THE HISTORY AND PRESENT STATE OF DISCOVERIES RELATING TO VISION, LIGHT AND COLOURS, by Joseph Priestley L. L. D. F. R. S. London 1772, in-4°, pag. 16.

ib. *lin.* 2. — HISTOIRE DE L'ASTRONOMIE MODERNE, depuis la fondation de l'École d'Alexandrie jusqu'à l'époque de M.D.CC.XXX — par M. Bailly — Nouvelle édition. T. I^er. Paris 1785, in-4°, pag. 200 *et* Éclaircissements, pag. 560.

ib. *lin.* 3. — HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES, dans laquelle on rend compte de leur progrès depuis leur origine jusqu'à nos jours; ecc. ecc. par M. Montucla, de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Prusse. Paris 1758, 2 vol. in-4°. — *Veggasi nel* T. I *a pag.* 308.

Pag. V, *lin.* 4. — ORIGINE DES DÉCOUVERTES ATTRIBUÉES AUX MODERNES, etc... par M. Dutens, de la Société Royale de Londres, et de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres de Paris. Seconde édition. Paris 1776, 2 vol. in-8. *Veggasi nel Vol.* II *alla pag.* 138.

Pag. V, *lin.* 26. — HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES, par J. F. Montucla, ecc. Nouvelle édition. Paris. An. VII. T. I^{er}, *pag.* 314, *lin.* 14 *e seg.*

Pag. VI, *lin.* 4. — COMMENTARI SOPRA LA STORIA E LE TEORIE DELL'OTTICA, del Cavaliere Giambattista Venturi Reggiano, membro del Cesareo Regio Istituto di Scienze ecc. della Società Italiana di Verona, e di più altre Accademie. Tomo primo *(unico)*. — Bologna 1814, 1 vol. in-4°. *Veggasi l'*articolo terzo *alla pag.* 31.

Questo lavoro presentato nel gennaio del 1811, *venne inserito dapprima nelle:* Memorie dell' Istituto Nazionale Italiano. Tomo I, Parte 2ª — Bologna 1813, pag. 155-229, *col titolo di* CONSIDERAZIONI SOPRA VARIE PARTI DELL'OTTICA PRESSO GLI ANTICHI.

Pag. VI, *lin.* 15. — De Lalande: BIBLIOGRAPHIE ASTRONOMIQUE, avec l'histoire de l'astronomie depuis 1781 jusqu'à 1802. Paris. An. XI, 1803, in-4°.

Histoire, pag. 812: (1799). — Le C.^{en} Caussin trouva à la Bibliothèque Nationale un manuscrit de l'Optique de Ptolémée, que l'on croyait perdue: c'est une traduction latine d'après l'Arabe. Il se propose de faire connaître ce précieux manuscrit. Nous y avons vu avec plaisir que Ptolémée connaissait déjà la réfraction astronomique, et que l'Arabe Alhazen l'avait prise dans Ptolémée.

Pag. VI, *lin.* 21. — EXPOSITION DU SYSTÈME DU MONDE, par P. S. Laplace, membre de l'Institut National de France, et du Bureau des Longitudes. Seconde édition, revue et augmentée par l'Auteur. Paris 1799, in-4°. *Veggasi a pag.* 308.

Pag. VI, *lin.* 25. — VOYAGE DE HUMBOLDT ET BONPLAND. Quatrième partie. Astronomie, 1er Vol. Recueil d'observations astronomiques, d'opérations trigonométriques, etc. Paris 1810, in-fol°. Introduction, par Humboldt, pag. lxvij-lxx.

Ib. *lin.* 29. — COMMENTARJ SOPRA LA STORIA E LA TEORIA DELL'OTTICA, ecc. del Cav. G. B. Venturi ecc. Articolo III, *pag.* 31-62, *e dalla pag.* 225, *alla* 242.

Pag. VII, *lin.* 9. — Connaissance des temps, ou des mouvements célestes, à l'usage des astronomes et des navigateurs, pour l'an 1816, publiée par le Bureau des Longitudes. Paris 1813, in-8°. *In questo volume dalla pagina* 239, *alla* 256 *trovasi lo scritto del Delambre intitolato*: DE L'OPTIQUE DE PTOLÉMÉE, COMPARÉE À CELLE QUI PORTE LE NOM D'EUCLIDE; ET À CELLES D'ALHAZEN ET DE VITELLON.

Lo stesso lavoro, con qualche variazione, si trova pure riprodotto nella: HISTOIRE DE L'ASTRONOMIE ANCIENNE, par M. Delambre, Tome II, Paris 1817, in-4°, *dalla pagina* 411 *alla* 431.

ib. *lin.* 23. Mémoires de l'Institut Royal de France, Académie des Inscriptions et Belles-Lettres. T. VI. Paris 1822, pag. 1-39 *e* Note *pag.* 40-43.

Pag. VIII, *lin.* 6. — Comptes Rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences. T. LXXI, N.° 14 (3 octobre 1870) pag. 465-468.

ib. *lin.* 11. — Sulla opportunità di pubblicare una traduzione inedita dell'Ottica di Tolomeo, osservazioni di G. Govi — *lette all'Accademia delle Scienze morali di Torino il* 23 *aprile* 1871 — *inserite negli* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, T. VI, pag. 401-405.

Pag. XI, *lin.* 1. — PTOLÉMÉE, AUTEUR DE L'OPTIQUE TRADUITE EN LATIN PAR AMMIRATUS EUGENIUS SICULUS SUR UNE TRADUCTION ARABE INCOMPLÈTE, EST-IL LE MÊME QUE CLAUDE PTOLÉMÉE, AUTEUR DE L'ALMAGESTE? par Th.

Henri Martin (*nel* Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. Boncompagni. T. IV (novembre 1871) pag. 466-469).

Pag. XIII, *lin.* 3. — STORIA DEI MUSULMANI DI SICILIA, scritta da Michele Amari, volume terzo. Parte seconda. Firenze 1872, pag. 657-660.

Pag. XV, *lin.* 15. — L'Editore si è preso una sola libertà, quella cioè di separare dal testo, e di stampare in carattere corsivo l'introduzione preposta all'opera del Traduttore Siciliano, intitolandola: AMIRATI EUGENII SICULI IN PTOLEMAEI OPTICAM PRAEFATIO, il quale titolo non si riscontra nei manoscritti del libro.

Pag. XVII, *lin.* 2. — Veggasi nella *Prefazione* alla pag. 3: « Verumtamen quia universa linguarum genera proprium « habent idioma, et alterius in alterum translatio, fideli « maxime interpreti, non est facilis, et praesertim arabicam « in graecam aut latinam transferre volenti, tanto difficilius est, quanto maior diversitas inter illas, tam in « verbis et nominibus, quam in litterali compositione re« peritur; unde quia in hoc opere quaedam forte non ma« nifeste apparent, dignum duxi intentionem auctoris, ab « arabico libro evidentius intellectam, breviter exponere, « ut lectoribus via levior efficiatur ».

Pag. XVIII, *lin.* 20. — La Prospettiva di Euclide, nella quale si tratta di quelle cose, che per raggi diritti si veggono: et di quelle, che con raggi reflessi nelli specchi appariscono. Tradotta dal R. P. M. Egnatio Danti cosmografo del Seren. Gran Duca di Toscana... ecc. ecc... In Fiorenza MDLXXIII, in-4°.

Vedi alla pagina 96: Theorema decimosettimo: Negli specchi rotondi qual si voglia cosa visibile si vede nella linea retta, che dalla cosa visibile va al centro dello specchio; *come anche il* Theorema decimottavo, *che concerne gli specchi concavi.*

Veggasi in proposito di questo principio degli antichi quanto ne scrive il Duval-le-Roy nelle note al: Traité d'Optique par M. Smith, Professeur d'astronomie et de philosophie expérimentale à Cambridje (*sic*), traduit de l'anglais et considérablement augmenté — à Brest 1767, in-4° — pag. 118-126. Note 211-242.

Si può consultare ancora a tale riguardo una Memoria di Gotthelf Abraham Kaestner *nei:* Novi Commentarii Societatis Regiae Gottingensis, T. VII, anno 1777, pag. 96-123, intitolata: « De obiecti, in speculo sphaerico visi, magnitudine apparente ».

Pag. XIX, *lin.* 13. — *Molti Matematici si sono occupati del Problema di Alhazen e fra gli altri:*

Barrow (Isaaco), LECTIONES XVIII, CANTABRIGIAE IN SCHOLIS PUBLICIS HABITAE, in quibus opticorum phaenomenωn genuinae rationes investigantur, ac exponuntur. Londini 1669, in-4°. Lect. IX, pag. 63-68.

Huygens (Christian) et Sluse (François René) – Excerpta ex epistolis nonnullis, ultro citroque ab illustrissimis viris, Slusio et Hugenio, ad Editorem scriptis, de famigerato Alhazeni problemate circa punctum reflexionis in speculis cavis et convexis *nelle:* Philosophical Transactions ecc. Vol. III for the year 1673, n.° 97, pag. 6119–6126 e n.° 98, pag. 6140-6146.

E in: CHRISTIANI HUGENII ECC. OPERA VARIA, Lugduni Batav. 1724. T. IV (Opera miscellanea) pag. 759-763.

Ozanam (Jacques) DICTIONNAIRE MATHÉMATIQUE, etc. Paris, 1691, in-4°, pag. 487-494.

L'Hospital (Guill. Fr. Ant. de) TRAITÉ ANALYTIQUE DES SECTIONS CONIQUES — Paris 1720. Liv. X, Ex. VII, pag. 389-395.

Kaestner (Abraham Gotthelf) PROBLEMATIS ALHAZENI ANALYSIS TRIGONOMETRICA. Novi Commentarii Societatis regiae scientiarum Gottingensis, T. VII, 1776, pag. 92- 141

Lacaille. TRAITÉ D'OPTIQUE revu, corrigé et augmenté etc. par plusieurs élèves de l'École Polytechnique. Nouvelle édition. Paris 1807, in-8, pag. 73-76. *La soluzione del Problema di Alhazen che si legge in questa edizione dell'Ottica del Lacaille è dovuta agli* allievi della Scuola Politecnica.

Pessuti (Gioachino) *nell'opera:* ELEMENTI DI OTTICA E DI ASTRONOMIA del canonico Giuseppe Settele — Roma 1818, in-8°, vol, I, pag. pag. 70-71.

Pieri (Giuliano) e Flaùti (Vincenzo) *nelle:* LEZIONI ELEMENTARI DI OTTICA di Ignazio Calandrelli. Roma 1846, in-8°, pag. 113-117.

Altri dati bibliografici relativi al Problema di Alhazen *si trovano nell'*American Journal of Mathematics; edited by J. J. Sylvester — Vol. IV, numb. 4. Baltimore — December 1881, pag. 327-331, *in un articolo intitolato:* ALHAZEN'S PROBLEM, ITS BIBLIOGRAPHY AND AN EXTENSION OF THE PROBLEM. By Marcus Baker.

Pag. XXXIII, *nota* (1). — Cleomedes. CIRCULARIS DOCTRINAE DE SUBLIMIBUS, LIBRI DUO; recensuit, interpretatione latina instruxit, commentarium Roberti Balforei suasque animadversiones addidit Janus Bake; Lugduni Batavorum 1820, in-8°. *Veggasi nel Lib. II, cap.* 6, pag. 245.

Sexti Empirici ADVERSUS MATHEMATICOS libri X, latine interprete G. Herveto. Parisiis 1569, in fol. *Si vegga nel lib. V, sect.* 82.

A Cleomede *e a* Sesto Empirico *si può aggiungere anche* Marziano Capella *vissuto alla fine del V secolo dell'èra volgare, il quale parla della rifrazione nell'opera:*

Martiani Minei Felicis Capellae Carthaginiensis viri proconsularis Satyricon, in quo de Nuptiis Philologiae et Mercurii libri duo etc. Omnes emendati et notis, sive februis Hug. Grotii illustrati. Lugduni Batavorum M.D.IC, in-8°, pag. 293.

Martianus Capella — Franciscus Eyssenhardt recensuit — Lipsiae 1866, 1 vol. in–8°, pag. 322, lin. 4-7.

Secondo Teone, Archimede *pure (III secolo avanti l'êra volgare) avrebbe conosciuto la Rifrazione, ma probabilmente egli vide soltanto la rifrazione nei corpi diafani senza applicarne la nozione ai fenomeni celesti.*

Alcuni hanno attribuito anche a Possidonio d'Apamea *(II° secolo avanti l'êra volgare) la conoscenza della Rifrazione Astronomica.*

Pag. XXXVI, *lin.* 27. — *Veggasi a proposito di parecchi stromenti d'ottica attribuiti agli antichi, un lavoro accuratissimo di* Th. Henri Martin *nel* Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche, pubblicato da B. Boncompagni, T. IV, maggio e giugno 1871, pag. 165-238, *intitolato:* Sur les instruments d'optique faussement attribués aux anciens par quelques savants modernes. *Il Martin, dopo aver discusso e confutato tutti gli argomenti addotti per provare che gli antichi avevano conosciuto le lenti, conchiude col dire che:* « Aucune preuve directe « ou indirecte n'établit que les anciens aient eu des lunettes « de myope et de presbyte, des loupes ou des microscopes ».

Pag. XXXVII, *lin.* 5. — Louis Dutens *nella sua opera:* Origine des découvertes attribuées aux modernes, etc., seconde édition, Tome II. Paris 1776, in–8°, alla pagina 223-224, *dice:* « Enfin j'ai vu au cabinet d'antiquité du « Roi de Naples à Portici plusieurs louppes ou lentilles plus « fortes que celles qui sont d'un usage ordinaire parmi nos « graveurs; quelques unes n'ont que quatre lignes de foyer, « et j'en ai moi-même une, moins forte à la vérité, qui « a été trouvée à *Herculanum* ».

PTOLEMAEI OPTICA

AMIRATI EUGENII SICULI

IN

PTOLEMAEI OPTICAM,

PRAEFATIO.

Cum considerarem Optica Tholomaei necessaria utique fore scientiam diligentibus et rerum perscrutantibus naturas, laboris onus subire et illa in praesenti libro latine interpretari non recusavi. Verumtamen quia universa linguarum genera proprium habent idioma, et alterius in alterum translatio, fideli maxime interpreti, non est facilis, et praesertim arabicam in graecam aut latinam transferre volenti, tanto difficilius est, quanto maior diversitas inter illas, tam in verbis et nominibus, quam in litterali compositione reperitur; unde quia in hoc opere quaedam forte non manifesta apparent, dignum duxi intentionem auctoris, ab arabico libro evidentius intellectam, breviter exponere, ut lectoribus via levior efficiatur.

In primo quidem sermone, quamvis non sit inventus, tamen sicut in principio secundi exprimitur, continetur quo visus et lumen communicant et ad invicem assimilantur, et quo differunt in virtutibus et motibus, nec non differentiae eorum et accidentia.

In secundo autem sermone continetur quae sint res videndae, *et qualis habitus sit in unaquaque earum, et quod nihil ex eis per visum dignoscitur sine quolibet lucido et quolibet prohibente penetrationem, et quod ex ipsis rebus videndis aliae videntur vere, et aliae primo et aliae sequenter. Et continetur quod de ceteris sensibus tactus tantum communicat visui in dignoscendis praedictis rebus videndis, excepto colore, qui solo visu dignoscitur. Continentur etiam ea, quae videntur magis et minus; et quod res, quae vere et quae primo videntur, apparent per passionem accidentem in visu, cuius passionis alia est coloratio, alia fractio et alia revolutio; quae vero sequenter videntur, apparent per accidentia, quae accidunt passioni. Et continetur qualiter apparent quae sursum et quae deorsum, et quae a dextris et quae a sinistris, et quae propinqua et quae remota. Continetur etiam quod uno oculo videtur, in uno loco videri; similiter quoque in uno loco videri id quod cum utrisque oculis aspicitur, dummodo simul aspiciatur per radios ordine consimiles, videlicet habentes in unaquaque visibilium pyramidum similem positionem respectu proprii axis, quod fit cum axes utrarum pyramidum super unam et eamdem rem ceciderint, sicut naturaliter consuetum est aspicienti. Sed si visus cogetur excedere consuetudinem suam quolibet modo, et transferetur penes aliam rem, et radii oculorum in simul ceciderint super illam ordine dissimiles, apparebit utique res ipsa una in diversis locis. Apparebunt etiam duae in tribus locis et in quatuor, sicut ostenditur per regulam et cylindros, quos docet fieri. Item continetur diversitas magnitudinum ex angulis et distantia et positione, et qualiter sentiuntur lineae rectae et circulares, superficies etiam plana et sphaerica et curva et concava, et continentur species motus et deceptionum; quare aliae sunt in visu et aliae in mente, et aliae in ipsis rebus videndis, nec non fallacia et errores, quae accidunt visui in rebus videndis.*

In tertio sermone continentur ea, quae apparent per reverberationem in speculis planis et curvis, praetaxato prius experimento per plancam aeream, qua probatur quod omnes reverberationes in tribus speciebus speculorum, plano videlicet, curvo et concavo, fiunt ad aequales angulos, et experimento tabulae tinctae, per quam probatur una res videri in diversis locis, et duae in uno, et per quam etiam ipsa loca patefiunt.

In quarto sermone continentur ea, quae apparent in speculis concavis, et ea quae apparent in speculis compositis, et quae videntur per duo aut plura specula.

In quinto sermone, quamvis sit imperfectus, loquitur Tholomaeus de flexione visibilium radiorum; quae semper fit ad angulos inaequales, et de his, quae inde apparent, cum duo corpora dissimilia existant inter aspicientem et res videndas, quorum alterum sit grossius altero; et quod videtur de subtiliori corpore in illo quod est grossius, semper apparet maius quam ipsa res, velut id quod videtur ab aere in aqua, et quanto magis spissius corpus fuerit profundius, res apparet maior. Illud vero quod a grossiori videtur in subtiliori, apparet minus, et quanto magis subtilius corpus fuerit profundius, apparet minus. Quae omnia probat per diversa experimenta, quorum alterum est vas, quod vocatur fostir, *alterum vero planca aerea, et semicylindrus vitreus in ipsa planca fixus, et per cubum et cylindrum, et per cubum concavum ex vitro composita. In praedictis autem rebus, quae per flexionem videntur, quamvis Tholomaeus non exprimat in his quae inventa sunt de quinto sermone, intelligendum est, quod debeant recte aspici, et non ex obliquo. Res enim, quae tota infra aquam stans ex obliquo ab aere aspicitur, non utique maior, verum etiam brevior apparet.*

CLAUDII PTOLEMAEI OPTICA

SERMO SECUNDUS.

Opticorum Tholomaei, olim de graeca lingua in arabicam, nunc autem de arabica in latinam translatorum ab AMIRATO EUGENIO *siculo ex duobus exemplaribus, quorum novissimum, unde praesens translatio facta fuit, veracius est; primus tamen Sermo non est inventus.*

Omnia quidem, quibus aliquis possit coaptare ea, quae sunt de visu et lumine, ut sibi communicent, et quo ad invicem assimilantur, et quo differunt in virtutibus et motibus eorum, et quid continet unumquodque utrorum de specie differentiae, et quid accidit ei, explicavimus in praecedenti sermone.

Ea vero quae propria sunt sensibili motui visus, congregabimus in hoc sermone, et iis qui deinceps, ut decet, secundum ordinem et sequentiam sententiarum; dicentes prius specialiter, quae sunt res videndae, et qualis est habitus in unaquaque earum, cum distinctionibus suis primis et novissimis, ut et inde manifestum fiat id quod sensus agit.

Dicimus ergo, quod visus cognoscit corpus, magnitudinem, colorem, figuram, situm, motum et quietem. Nihil autem ex his cognoscit visus sine aliquo lucido et quolibet prohibente penetrationem; nec indigemus inde plus his dicere. Qualis autem sit habitus in unaquaque rerum videndarum, determinandus est. Dicimus ergo haec duobus existere modis, quorum alter fit secundum dispositionem rei videndae, alter vero secundum actum visus. Dicamus igitur de unoquoque semotim.

Prius autem incipiamus ab eo, qui est secundum dispositionem rerum videndarum, quare aliae videntur vere, aliae primo et aliae sequenter. Quae ergo vere videntur, sunt lucida spissa; res enim visui subiectae debent esse quomodocumque lucidae, aut ex se aut aliunde, cum hoc sit proprium visibili sensui, et spissae in substantia ad retinendum visum, ut virtus penetret eas et non transeat sine effectu incidenti. Unde impossibile est aliquid videri sine his utrisque, neque cum uno sine altero. Illa autem quae primo videntur, sunt colores, quoniam post lumen nihil videtur quod non habeat colorem, tamen non videntur vere, quia colores quodammodo sequuntur spissitudinem corporum, nec videntur sine lumine. Colores enim in tenebris nusquam videntur, praeter rem splendidam cum insita albedine et valde lenitam; unaquaeque enim istarum est clara. Clarum quoque est species lucidi. Quae autem sequenter videntur, sunt universa reliqua praedictorum.

Ipsa enim corpora cognoscit visus per colores et habitus suos; res autem quae nullam habent spissitudinem, sed valde tenues sunt, et nullum habent colorem, non sentiuntur nec dignoscuntur per visum esse corpora. Iterum magnitudo et situs et figura non dignoscuntur nisi per corporum superficies, quae contiguae sunt coloribus, super quas exinde lumen incidit. Motus autem et quies comprehenduntur utique per mutationem cuiuslibet praedictorum, et privationem mutationis. Colores quidem splendidos cognoscit visus simpliciter; cetera vero per istos, non secundum quod colores, sed secundum quod terminos habent tantum; figuras enim et magnitudines cognoscit per terminos rei coloratae; situm autem per locum eius. Cognoscit etiam ipsorum colorum motum et quietem per mutationes eorum, et privationem mutationis. Motus quoque et quies figurarum et magnitudinum et positionis dignoscuntur per motum et quietem terminorum rei coloratae et locorum eius. Res enim quae, verbi gratia, videtur alba, non utique videtur rotunda vel parva, vel propinqua, aut stabilis propter albedinem eius, quemadmodum non reperitur diversitas repulsae rei, quam manus sentit, propter duritiam eius, immo dignoscuntur haec aut per terminum albi, aut per terminum duri, cuius hic est habitus, vel haec est eius magnitudo secundum constitutionem suam; et hac de causa cognoscit manus differentias repulsarum rerum, quas sentit, et oculus differentias colorum secundum ipsos sine altero mediante.

Habitus autem reliquorum non dignoscitur nisi per haec duo, quoniam non comprehenduntur, nisi per rem quae aliam sequitur; scientia enim eorum res est sequens scientiam sensibilium, quae propria est sensibus. Figurae quidem et magnitudines dignoscuntur per terminos, et quia sunt res inseparabiles a corporibus; situs autem et motus et quies, quia sunt res separabiles et continentes. Qua de causa quando aperimus oculos in aere sincero circumdante nos, ignoramus figuram aeris nobis propinqui, quem comprehendit pyramis visibilis, quia superiacens color valde subtilis est, nec habet quantitatem, qua sensibilis fiat; sed cum condensabitur aer, qui continuus est illi et nobis propinquus, tunc intelligimus colorem et figuram eius, quoniam color in multa profunditate factus ad invicem continuus, fit magis corporatus et evidentior, ut id quod in aqua similiter accidit. Item si sumpserimus colorem in aliquo humore, et coniunxerimus cum eo alium similem colorem ad designandas in ipso humore per similem colorem imagines et figuras diversas, colores utique rerum designantium videbuntur insimul cum humore eos circumdante, qui eundem habet colorem, figurae autem non videbuntur, nec distantiae, nec diversitates earum ad invicem secundum magis et minus. Rursus omnia quae sunt colorum, apparent quolibet alio modo per continuos terminos rerum dissimilium, quemadmodum positio distinctionum apparet per lineas dividentes illas tantum, sive fiat per diversitates omnium colorum, seu per veram similitudinem, quae apparet per designationes. Item circumscriptio figurarum facit mutationem in similitudine imaginum, sed non dicuntur hac de causa vere videri, primo quidem quia cum, sicut diximus, color linearum continuus et color terminabilis et colores universarum designatarum rerum non differant modo quolibet per mutationem accidentis eius coloris, accidit inde illas privari per consimile, nec non et propter aspectum figurae suae, cum in ea nulla continens linea apparet. Et quoniam secundum universalem similitudinem, quae in differentiis ipsarum figurarum est, indigetur aliquo colore ostensuro designationes; nec non et quia aliquid ex eis manifeste non apparebit sine colore; secundum diversitates autem, quae sunt in solis coloribus, figura colorum dissimilium, quoniam innexa est eis, debet apparere cum apparitione eorum.

Similiter etiam habitus est in unaquaque reliquarum rerum, quae cum consimili videntur, quod fit secundum fallaciam. Iterum in omnibus quae videntur, cum lumen et visus in simul ceciderint super corporum superficies, magis convenit ut prima res sensibilis sit habitus superficiei rerum quae videntur; color autem est superficiei proprior quam subiectis rebus, et ideo antiqui vocaverunt superficies colores, quoniam habitus rei lucidae, qui accidit in substantiam suam, est color aliquis, et genus superficiei res est huic similis, et convenit ei nomen eius. De universis quidem rebus videndis corpus non est superficies, est terminus eius. Reliquae vero res omnes videndae existunt secundum aliquid eorum, quae sunt superficiei; magnitudo enim est terminus quantitatis superficiei, figura autem ordo qualitatis superficiei, situs quoque terminus loci superficiei. Motus vero, cum alicui istorum sit attributus, videlicet motus mutationis, augmentationis, minutionis et translationis, possibile est inveniri unicuique sensuum proprium sensibile conveniens, ut species repulsae manus in tactu, et humorum in gustu, et vocum in auditu et odorum in odoratu. In omnibus vero, quae secundum principium nervosum communia sunt sensibus, tactus et visus participant sibi, excepto in colore; color enim nullo sensuum dignoscitur, nisi per visum. Debet ergo color esse sensibile proprium visui, et ideo factus est color id quod primo videtur post lumen. Unde apparet quod res non ita se habet, ut quidam aestimaverunt, dicentes quod color sit res accidens visui et lumini, nec habet propriam subsistentiam, eo quod omnia sensibilia non indigent aliquo extrinseco; colores autem indigent lumine. Hinc ergo videtur hoc esse defectus procedens a visu, non a rebus videndis; res enim quae videntur, et visibili sensui subiacent, non habent de natura talia existere, ut appareant visui sine lumine. Item quia subsistentia diversitatum colorum et generatio earum non fit nisi secundum mutationem luminis et visus, oportet ut corpora, quorum situs unus et idem est, ad unam et eandem rem lucidam et eundem visum appareant similis coloris. Nos autem invenimus maiorem partem huiusmodi corporum de diversis coloribus, nec reperimus hoc in numerabilibus rebus tantum, verum etiam in una et eadem re subiecta, manente in uno et eodem situ ad rem lucidam et visum, utpote animal, quod vocatur *Chamaeleon*, et veluti rubedo, quae quibusdam accidit ex verecundia, et pallor qui aliis accidit ex pavore. Hoc autem accidit in his sine sensibili mutatione ex ipsis vel rebus exterioribus apparente, nisi ex mutatione coloris. Manifestum est ergo per ea quae diximus, quod color vere inest his, et de natura eorum est, et non videtur nisi lumine cooperante visui ad effectum; et hac de causa licuit dicenti dicere, quod non videtur aliquid proprium cuilibet colori in aliquo tempore, cum nihil ex eis sine incidente lumine quolibet modo videatur, aut quodlibet lucidum vel quodammodo simile lucido clarificet colores per commixtionem suam cum superficie, quia non communicat in genere alicui eorum quae videntur, nisi coloribus; communicat autem sibi ipsi, ut formae coloribus quoque ut *yle;* et hac de causa res subiectae videntur magis et minus non ex diversitate visibilis habitus tantum, verum etiam ex ipso, et potius et principaliter ex diversitate habitus rerum, quae lucent visui.

Fit autem hoc in unaquaque istarum duarum specierum: quandoque ex quantitate ipsarum virtutum, quandoque vero ex qualitate actuum. Ex diversitatibus quidem quantitatis videtur res magis, quando plus incidit super eam claritas visus, aut quando lumen plus cadit super eam, ut id quod recte aspicitur, magis videtur, quam id quod secundum reverberationem vel flexionem; tamen plures radii corrumpuntur, cum valde protenduntur. Videtur etiam magis quod cum utrisque oculis aspicitur, quam cum altero solo; et id quod a se proprium lumen habet, magis videtur quam illud, quod habet lumen aliunde. Ex his etiam est, cui lumen accidit a maiore vel a rebus lucidis pluribus numero, magis enim videtur.

Illorum vero, quae videntur secundum qualitatem actuum, ea, quorum situs directus est super radios ad angulos rectos, videntur magis quam quae non ita se habent; omnia enim, quorum casus fit secundum perpendiculares lineas, habent incubitum super subiecta magis quam ea, quorum casus fit obliquus; et id quod est lenitum, magis videtur quam asperum, quoniam de aspero fit confusio, eo quod partes eius non sunt ordine consimiles; leniti vero partes habent compositionem quandam, et inest ei lumen. Spissa etiam videntur magis quam rara, haec enim cedunt compellenti; spissa vero resistunt. Ex quibus quoque procedunt radii, videntur magis quam ea, in quibus aliunde incidunt, et ut ea quae videntur in aere subtili claro, et quorum distantia a visu moderata est, manifestiora apparent, quoniam quae appropinquant visui, numerantur in pyramidibus, quae succedunt humiditati interiori et repellunt visum. Illa vero, quorum multa est distantia, videntur minus, eo quod radii visus procedentes portant secum aliquid de nigredine aeris, per quem transit, et ideo remotae res videntur aereae, et quasi sub velamine; et quia visibilis radius est super caput unius puncti sibi proprii, id quod videtur per medium radiorum visus, illud videlicet, quod est super axem, magis debet videri quam illud quod in lateribus per laterales aspicitur, quoniam propinquiores sunt privationi. Illa vero quae succedunt axi, remotiora sunt a privatione. Similiter etiam et ea, quae sunt in medio sectionum sphaerarum, quod est principium pyramidis, cum principium ipsius sphaerae et virtutes quae appropinquant principiis propriis, sint efficaciores, utpote iactus iactantis, et calefactio calefacientis, et illuminatio illuminantis, et quanto magis a principiis elongantur, tanto debiliores fiunt. Cum igitur principium visibilis radii in figura pyramidis sit duplex, alterum quidem in medio sphaerae in uno puncto, quod est caput pyramidis, alterum vero est recta linea, quae incipit ab isto loco, protenditur per totam longitudinem et est axis figurae; oportet ut aspectus eius, quod elongatur a capite pyramidis, fiat cum radio minori in virtute quam illius, cuius distantia est moderata. Similiter etiam ea, quae remota sunt ab axe respectu illorum, quae propinqua sunt ei.

Diximus ergo quae sunt illa, quae vere videntur, et quae primo, et quae sequenter. Diximus etiam quae videntur magis, et quae minus. Tenebrae autem nusquam videntur, sed cognoscimus eas per vacationem, quae accidit visui; quemadmodum nequaquam audimus taciturnitatem, verumtamen cognoscimus eam per vacationem auditus, et universaliter cognoscimus species privationis per vacationem sensibilitatis. Quantitatem vero illorum cognoscimus per terminos actuum, sicut cognoscimus quantitatem loci tenebrosi per continentes lucidum terminos, et cognoscimus taciturnitatis terminos per finem et principium vocis.

Et quia iam diximus, quod modi quibus videntur res videndae, sunt [...?] secunda species, altera quam illud quo ipse visibilis sensus fit, [...?] debemus eam exponere, dicentes prius quod omnia quae vere aut primo videntur, videntur utique per passionem quae fit in visu; illa vero quae videmus sequenti modo, videntur per accidentia quae accidunt passioni tantum; nec passio et accidens, quod ei accidit, in omni visu existunt a virtute regitiva. Nec vere fit hoc ex rebus videndis tantum, verum etiam per relationem et ratiocinationem inter illas factam, et id quod dividitur et procedit a virtute regitiva; nec propter has relationes tantum intelligimus unamquamque passionum et accidentium, sed et secundum sensibilitatem moderatam, quam sentit principium de rebus subiectis; quod demonstrabitur, cum diviserimus illud in singulis rebus quae videntur.

Ex his itaque quae praeposuimus, videmus unumquodque lucidorum et colorum per passionem quae fit in visu; cetera vero, quae sequenter videntur, videmus per accidentia, quae illi accidunt. Passio quidem quae in visu fit, est illuminatio aut coloratio. Illuminatio autem sola in luminibus est quaedam de superabundantiis habitudinum, et ideo nocet et laedit sensum. Fit quoque illuminatio cum coloratione in rebus, in quibus lumen incidit aliunde; lumen quoque et color fiunt ad invicem habitus propter transgressionem alterius ad speciem alterius, cum lucidum sit genus eorum, et color, cum lumen incidit super eum, fit lucidum; lumen vero cum coloratur, mutatur manifeste. Visus autem non fit qualitas alicui eorum; oportet enim ut sensus perspicabilis non habeat qualitatem, sed sit purus et suscipiat qualitatem ab illis, quoniam participat eis et in genere; tamen suscipit mutationem habitudinis ab his omnibus simpliciter, et hoc non semper est sensibile, sed quando quantitas passionis habet sensibilem quantitatem ad id quod dividitur a virtute regitiva. Similiter etiam diversitates colorum, super quos incidit visus, non comprehenduntur, cum colores rerum subiectarum simpliciter sint diversi, et cetera quae in eis sunt, fuerint consimilia, sed cum mutatio diversitatis colorum fuerit sensibilis. Diversitas autem rerum, quarum colores secundum aliquam quantitatem diversi fuerint, apparet a propinquo loco et non a longe, quoniam visus debilis fit in discernendis rebus remotis.

Manifestum est ergo ex his quae diximus, quod visus cognoscit colorem per colorationem accidentem, et cognoscit albedinem, verbi gratia quia dealbat, et nigredinem, quia denigrat, et sic singulos colores medios. Nec ita se habet res, ut quidam cogitaverunt, quod album videlicet dignoscitur ex disgregatione radiorum, nigrum vero ex congregatione. Primo quidem quia non invenimus necessariam causam, qua per alterum illorum disgregentur radii, per alterum congregentur; nec qua comprehendantur medii colores ex illis compositi, videlicet rubeus, roseus et sanguineus. Insuper etiam, id quod maius est, de rebus albedine consimilibus, debet magis videri, quoniam comprehenditur multis radiis, tum propter accumulationem radiorum, tum quia angulus visibilis pyramidis non remanet in statu suo, sed cum res subiectae fuerint albae, magis dilatatur, quia disgregant radios; et cum fuerint nigrae, minus dilatatur propter congregationem, et sic magnitudo, quam visus de coelo comprehendit in die, deberet esse maior illa, quam in nocte, sed nihil inde videtur accidere. Visus ergo cognoscit haec per qualitatem passionis, quae in eo fit, et cognoscit corpora, quoniam accidit in se passio simpliciter, eo quod sunt colorata et prohibentia penetrationem, et cognoscit ipsa universaliter, eo quod superficies res est propria corporibus. Corpora ergo quae non inferunt visui huiusmodi passionem, nequaquam videntur ut illa quae diximus esse non spissa sed subtilia; nec enim dignoscuntur per visum, nec sentiuntur per eum esse corpora. Videtur autem illud, cuius color est spissior, habere maiorem corporalitatem, quamvis non tale sit, ut lac ad comparationem vitri.

Visus quoque discernit situm corporum, et cognoscit eum per situm principiorum suorum, quae iam diximus, et per ordines radiorum a visu cadentium super illa, videlicet quae fiunt in longitudine secundum quantitatem radiorum, qui procedunt a capite visibilis pyramidis, et fiunt in latitudine et profunditate secundum distantias eorum ab axe consimiles ordine; quoniam diversitates situs secundum hoc fiunt, quod enim videtur longiori radio, videtur remotius, cum fuerit augmentum longitudinis sensibile: quod decet nos intelligere in omnibus speciebus deceptionum. Accidit enim quaedam deceptio ex diversitatibus sensibilibus, quae fiunt aliter de his, quae accidunt rebus videndis, quae utique significabimus postea. Magnitudo vero, quae ex augmentationibus modo quolibet reperta in distantiis est insensibilis, debet cognosci universaliter consistere ex debilitate visus. Cum aliquid magnitudinem habens fuerit ab aspiciente remotum, ut ea quae videntur in coelo, ex parvitate autem ipsorum angulorum fit, quando non habent ab aspiciente nimiam distantiam, neque quantitates eorum habent proportionem ad magnitudines distantiarum. Illa vero quae apparent sublimiora, sunt quae videntur per radios magis declinantes ad id, quod est super capita nostra; quae autem apparent inferiora, sunt ea quae videntur per radios inferiores et magis declinantes versus pedes. Similiter etiam quod per radios dextros videtur, apparet a dextris, et quod per sinistros, a sinistris, et ideo per ordinationes situs radiorum facta sunt manifestiora, quoniam oppositio eorum non fit versus omnia loca singulorum punctorum, qui super caput videntur; alioquin accideret utique idem videri quod sursum et quod deorsum, et quod a dextris et quod a sinistris, et nunquam appareret rei situs terminatus, aut appareret omnis situs simpliciter.

Rursus omne corpus apparet in uno loco a lateribus illi, qui aspicit cum uno oculo tantum; aspicienti vero cum duobus oculis videtur in uno loco, si una comprehenderit illud cum radiis consimilibus, qui videlicet habent in unoquoque utrarum pyramidum positionem consimilem et aequalem respectu proprii axis sui; quod fit quando axes utrarum pyramidum conveniunt super unam et eandem rem videndam, quemadmodum fit quando aspicimus res videndas simplici aspectu, et secundum quod a natura inest nobis aspicere diligenter. Videtur quoque quod natura ideo posuit visum duplicem, ut magis aspiciamus, utque sit visus noster ordinatus et terminatus; insitum est nobis naturaliter ad diversos situs nos volvere pupillas volutione mirabili et diligenti clam elevatas, quousque utrique axes insimul ceciderint super medium corporis videndi, et fiat utrisque pyramidibus una basis in loco contiguationis earum cum re videnda, et fuerit constituta ex omnibus radiis ordine consimilibus. Si vero coegerimus visum modo quolibet excedere consuetudinem suam, et divertamus eum ad aliam rem praeter illam, quam videre volebamus, et res ad quam tendimus, fuerit moderate minor quam distantia, quae est inter oculos et radii oculorum insimul, non utique illi qui ordine sunt consimiles, sed alii ceciderint super aliam rem quam illam, quam aspicere volebamus, videbitur eadem res in duobus locis; et cum clauserimus vel texerimus alterum oculorum, statim abscondetur id quod est in altero duorum locorum, et remanebit alterum apparens, quandoque quidem illud, quod est versus oculum tectum, quandoque vero quod est versus alterum oculum. Quod utique leviter intelligetur, si tentaverimus illud exponere tali modo.

Constituatur regula brevis et duo cylindri subtiles longi, stantes super eam ad rectos angulos, et sit distantia alterius ab altero et ab extremitatibus regulae moderata; et ponatur altera extremitatum inter oculos, ita ut cylindri sint super rectam lineam stantem super distantiam, quae est inter oculos ad rectos angulos. Si ergo cum oculis nostris tenderimus ad propinquiorem nobis cylindrum, videbimus eum unum; alterum vero qui remotior est, duos; et cum clauserimus alterum oculorum, abscondetur de duplici cylindro id quod est oppositum eidem oculo de duabus formis eius. Si vero tenderimus cum oculis nostris ad remotiorem cylindrum, rursus videbimus eum unum, et videbimus propinquiorem in duobus locis; et si clauserimus alterum oculorum, abscondetur de duplici cylindro id, quod de duabus figuris eius est in diversa parte illius oculi. Quod igitur unumquodque istorum accidat, et sequens sit his quae praeposuimus, dignoscetur per hanc figuram.

Sint capita pyramidum (*fig.* 1) puncti *a b*, et sit *b* super dextrum oculum et *a* super sinistrum, sintque super lineam perpendicularem, quae est super *a b*, ad rectos angulos duo cylindri erecti, videlicet *g*, *d*, et producantur ad eos ab omni capite duarum pyramidum radii *a g*, *b g*, *a d*, *b d*, et tendamus prius cum visu nostro ad *g*, qui est propinquior; erunt ergo *ag* et *bg* super ipsos axes. De residuis vero duobus radiis, *ad* erit unus de sinistris radiis; manifestum quoque est, quod *b d* est unus de dextris radiis; unde oportet *g* quidem videri in uno loco, eo quod unusquisque axium est ordine similis alteri; *d* vero debet videri in duobus locis, quoniam *a d* est radius sinister de radiis sinistri oculi; radius autem *b d* dexter de radiis dextri oculi. Cum ergo texerimus sinistrum oculum, abscondetur sinister, et cum dextrum oculum texerimus, abscondetur dexter. Et si tetenderimus cum visu nostro ad *d*, fiet e converso; quod demonstratur quia *a d* et *b d* erunt super axes; videbitur itaque *d* unus et *g* duo, quoniam accidit *a g* esse unum de radiis dextris sinistri oculi, et *b g* unum de radiis sinistris dextri oculi; et ideo e converso fit, quam illud quod prius accidit, videlicet si sinistrum oculum texerimus, abscondetur id quod in dextro latere videtur per radium *a g*, et si texerimus dextrum oculorum, abscondetur quod in sinistro latere videtur per radium *b g*.

Si vero aspectus noster talis fuerit, quod utrique axes insimul non ceciderint super rem videndam, sed fuerint sensu aequidistantes, veluti *a g*, *b d* (*fig.* 2), videbitur unusquisque cylindrorum duo, secundum principia, quae praeposuimus. Et ut hoc pateat et demonstretur, debet esse cylindrorum propinquior, super quo est *l*, albus, remotior autem, super quo est *m*, niger. Videbuntur ergo puncti *l*, *m* in duobus locis ex lateribus locorum, in quibus sunt puncti *l*, *m*. Si ergo texerimus oculum sinistrum, abscondentur utrique cylindri qui in dextro latere sunt; si vero dextrum oculum texerimus, abscondentur cylindri qui in sinistro latere sunt. Quoniam radii *a l*, *a m*, *b l*, *b m* cum producti fuerint, distantia quidem *a l* erit versus latus dextrum magis quam distantia *a m*, et distantia *b l* ad latus sinistrum magis quam distantia *b m*, et sic per oculum sinistrum videbuntur cylindri dextri, et per dextrum oculum sinistri.

Rursus si posuerimus (*fig.* 3) utrosque axes aequidistantes, et constituerimus regulam, ut sit aequidistans lineae quae est inter oculos, et cylindrum album ante oculum sinistrum et nigrum ante dextrum, et fuerit distantia inter utrosque cylindros, ut illa quae est inter oculos, videbuntur duo cylindri tres. Per radios quidem visus ordine consimiles, videbitur unusquisque eorum unus, quamvis non incidant super eos utrique axes, eo quod cylindri positi sunt in lateribus. Per radios vero, qui extra ordinem sunt, videlicet *a m* et *b l*, tertius cylindrorum medius videbitur compositus ex duobus coloribus. Si ergo texerimus dextrum oculum, abscondetur dexter de duobus cylindris, qui sunt a lateribus medii, videlicet niger cum alba parte medii cylindri ex duobus coloribus compositi; et si texerimus sinistrum oculum, cylindrus albus, qui a sinistris est, abscondetur cum nigra parte cylindri ex duobus coloribus compositi.

Cum enim copulaverimus radios visus, per illos quidem, super quos sunt *a m*, *b l*, et non sunt ordine consimiles, videbuntur utrique cylindri in uno loco, illo videlicet, quo conveniunt duo colores; de reliquis autem duobus radiis visus cadentibus super *l* et *m*, per dextrum quidem eorum videbitur niger cylindrus, per sinistrum autem albus. Cum igitur texerimus dextrum oculum, abscondetur niger, qui dexter est, cum alba parte cylindri compositi; et cum texerimus oculum sinistrum, abscondetur albus, qui sinister est, cum nigra parte cylindri compositi, quod demonstratur per hanc figuram (*fig.* 4).

Et cum distantia, quae est inter cylindros, non fuerit aequalis illi quae est inter oculos, videbuntur duo cylindri in quatuor locis. Si igitur distantia inter *l*, *m* fuerit maior quam quae inter *a*, *b*, et cylindri fuerint a lateribus axium, niger quidem videbitur in duobus locis dextris, quoniam *a m* et *b m* utrique sunt dextri; albus vero videbitur in duobus locis sinistris, quoniam *a l* et *b l* sunt sinistri. Cum ergo texerimus oculum sinistrum, abscondetur de duobus nigris remotior, ille videlicet, qui videtur per radium *a m*, quoniam radius iste magis est dexter quam *b m;* et abscondetur de duobus albis alter de mediis, qui videtur per radium *a l;* radius enim iste minus sinister est quam *b l*. Cum autem texerimus dextrum oculum, abscondetur de duobus albis remotior, qui videtur per radium *b l*, et de duobus nigris, alter de mediis, qui videtur per radium *b m*.

Et si fuerit distantia inter *l*, *m* (*fig.* 5) minor quam quae inter *a*, *b*, et fuerint axes a lateribus *l*, *m*, niger utique videbitur a dextro latere per radium *a m*, quoniam radius iste magis est dexter quam *a l*, et sequitur eum in aspectu albus, qui videtur per radium *a l*. Cumque texerimus oculum sinistrum, abscondentur hae duae formae, et subsequetur alter mediorum radiorum, qui est ex parte sinistra, et rursus videbitur per eum niger, et iste radius est *b m*, quoniam minus sinister est quam *b l;* videbitur autem in remotiori parte cylindrus albus per radium *b l*. Similiter etiam cum texerimus dextrum oculum, abscondentur hae formae.

Haec itaque accidentia quae praeposuimus, non fiunt et apparent nisi causa distantiae, quae existit in latitudine tantum, quoniam secundum altitudinem et profunditatem utrique oculi aequales sunt in positione. Positio autem in lateribus non ita se habet. In hac enim specie situs flectuntur quidem utrique axes pyramidum, quousque coaequatus fuerit situs basium super rem videndam. Possibile quoque est oculos flecti ad aliam partem, quam secundum latitudinem, sed impossibile est differri declinando sursum vel deorsum, quoniam alter oculorum non est constitutus altior altero, nec natura hoc indiguit, quoniam non iunguntur secundum profunditatem, sed situs eorum aequalis est, et conveniunt radii eorum declinando ad latera. Dubitationem quidem, quae in his contingit ex eis quae apparent, et per scrutationem de unaquaque rerum apparentium quo apparet, exponemus in tempore et loco competenti, ne interrumpatur id quod significare proposuimus.

Magnitudinem vero cognoscit visus, quando diametri basis, quae est super rem videndam, habent sensibilem proportionem ad distantiam inter nos et illam existentem, quod fit cum radii, qui eam continent, constituerint sensibilem angulum in capite pyramidis; et hac de causa plures magnitudines, quae prope existentes videntur, non apparent a longe, quoniam radii iunguntur in remotis distantiis, et faciunt angulum quem continent insensibilis quantitatis. Accidit autem maiori angulorum unius pyramidis magis continere de radiis visibilibus, non tamen cognoscit visibilis sensus rem esse maiorem propter multitudinem incidentium ibi radiorum eius; ut quidam existimaverunt causam attribuentes distantiae, videlicet quod cum una et eadem magnitudo videtur a longe, apparet minor propter paucitatem radiorum, qui super eam cadunt, et nequaquam apparet, quando nihil de radiis attingit eam, cum ceciderit in defectum et minutionem radiorum; sed neutra istarum sententiarum vera est, quoniam non videtur aliquid maius aut minus propter multitudinem radiorum visus et paucitatem eorum tantum, cum non fuerit diversitas quantitatis radiorum ex quantitate anguli, sed ex accumulatione et congregatione eorum. Nec tunc videtur res maior vel minor, utpote una et eadem res subiecta, super quam lumen incidit, non videtur utique maior aut minor propter multitudinem vel paucitatem eius, quod inde cadit super eam, et non ex magnitudine vel parvitate diametri eius. Singula autem istorum patebunt ex ipsis rebus apparentibus, quoniam si eamdem magnitudinem, quae recte et secundum eamdem habitudinem videtur, cum utrisque oculis aspexerimus, magis videbimus eam quam cum uno oculo; et cum aspexerimus eam sine interpositione, magis videbitur, quam cum inter nos et illam fuerint aliquae res subtiles, quas visus penetrat, et aliquantum ei resistunt. Nec est in aliquo istorum quod appareat minus. Si quis enim posuerit aliquid subtile, quod visus penetrat, inter rem lucidam et res super quas lumen incidit, lumen utique minus cadet super eas, quam prius, sed non habebunt alterae diametros maiores alteris. Res quoque videnda cum valde parva fuerit, et propter parvitatem non videtur, nec accidit ei hoc, quia incidit in locum minutionis radiorum visus. Oportet autem cognoscere, quod natura visibilis radii, in his quae sensus consequitur, continua est necessario et non disgregata. Si vero posuerimus mathematicas demonstrationes, et constituerimus radios visus tamquam rectas lineas, magnitudines utique magnae, quae sunt in distantia aequali distantiae qua parvae res non videntur propter parvitatem earum, apparebunt manifeste, quod non acciderit, si visibiles radii in illo loco minuerentur et disgregarentur. Similis quoque esset ibi apparitio magni et parvi, quoniam cum id quod de radiis cadit super diametros eorum per totam basem, sint singuli radii, et quod ex unoquoque ipsorum radiorum comprehenditur, sit punctus, et quae sunt inter ipsos punctos distantiae habeant magnitudines, non debet videri id quod est in distantiis, quia radius visibilis non cadit super illas; nec puncti etiam videbuntur, cum non habeant quantitatem, neque subtendant angulum. Erit ergo omnis res illa invisibilis. Sed si quis dixerit, quod quidam radii visus erunt disgregati et quidam continui in eadem distantia, hoc verbum cum non habeat necessariam rationem, infert utique dicenti ambiguitatem et errorem ex his quae actu videntur; deberet enim secundum hanc sententiam unaquaeque magnarum rerum videri disgregata et non continua, parvae vero quandoque videri et quandoque abscondi; existentes in eadem a visu distantia quandoque res videndae ad latera transferuntur. Sequitur autem ea quae praeposuimus, debere inveniri et dignosci diversitates magnitudinis rerum secundum differentias angulorum eis proportionalium, cum anguli, sicut diximus, fuerint sensibiles et non differant in alio, cum diversi fuerint in sensu, et de magnitudinibus fiat imaginatio, quod sit in eis diversitas, non causa earum vere, sed quia angulos faciunt diversos.

Cum ergo omnia coaequata fuerint, et eundem statum habuerint, excepta distantia et situ et angulo, illud quod aspectum rei facit maiorem, est ex distantiis quidem id quod propinquius, ex situ autem id quod est magis oppositum, anguli enim in utraque istarum habitudinum fiunt maiores; cumque dicimus magis oppositum, hoc sentimus, ut visibilis radius, qui cadit in rei medium videndae, sit perpendicularis, et dicimus illum esse proclivem ad latera, cum aliquis visibilium radiorum non sit super eam perpendicularis, aut sit ex alio radio, quam eo qui in medium cadit. Dicimus quoque distantiam rei propinquiorem, cum radius qui in medium rei cadit, fuerit brevior, longiorem vero, cum idem radius fuerit longior. Praedictae autem duae species, per quas consideratur magnitudo aspectus rerum, non differunt in sensu; reliqua vero differt, quoniam si fuerit diversitas a tertia specie, videlicet ab angulis, apparebit res maior, cum continens angulus fuerit maior.

Quemadmodum si fuerint duae magnitudines, ut *ab*, *gd* (*fig.* 6), et habuerint eumdem situm et eamdem distantiam, et continebuntur angulis inaequalibus; tunc *ab* qui continetur maiori angulo, ad punctum *e*, videbitur maior, et si fuerit diversitas in reliquis duabus speciebus tantum, numquam res videbitur maior, sive habuerit maiorem oppositionem, sive fuerit propinquior.

Videbitur ergo aut minor aut aequalis, et in unaquaque earum hoc apparebit secundum proportionem, quae pertinet ipsis quantitatibus, veluti si fuerint duae quantitates *ab*, *gd* (*fig.* 7), habentes eumdem situm et subtendentes eumdem angulum, qui est *e*. Cum ergo distantia *ab* non sit aequalis distantiae *gd*, sed propinquior ea, *ab* utique numquam apparebit maior quam *gd*, secundum quod decet propter propinquitatem suam, sed aut minor apparebit, quod fit cum distantia alterius ab altera habuerit sensibilem quantitatem, aut videbitur aequalis ei, quod fit cum quantitas diversitatis distantiae fuerit insensibilis.

Similiter etiam cum fuerint duae magnitudines, ut *ab*, *gd* (*fig.* 8), aequalis distantiae, et subtenderint eumdem angulum, qui est *e*, situs autem eorum fuerit dissimilis, altera quidem earum opposita existente, altera vero ad latus proclivi, fuerit autem *ab* opposita, numquam apparebit *ab* maior quam *gd*, secundum quod provenit ex oppositione, sed aut minor apparebit quam *gd*, quod fit cum diversitas utriusque magnitudinis habuerit in situ sensibilem quantitatem, aut videbitur aequalis ei, cum diversitas in situ fuerit insensibilis. Videtur autem id, quod ex consuetudine fit, in mensura istarum rerum ad invicem, ex opinione procedere, non ex natura situs neque distantiae. Cum enim quaedam sensibilitas fit ex angulis, et videntur quaedam res proclives existentes, et quaedam remotae, et quislibet opinetur unamquamque istarum minorem esse, quamvis sit una, in aspectu autem non inveniatur altera minor altera, sed aequalis, existimamus unam ex eis maiorem esse; quoniam cum diversitas proclivitatis et distantiae fuerit insensibilis, apparent duae res aequales; et cum fuerit sensibilis, fit diverso modo.

Veluti si in figura (*fig.* 9), in qua erat idem situs, constituerimus parvum angulum, quem contineant lineae *hze*, *etk*, semper utique videbitur magnitudo *gd* maior quam *zt*, quoniam remotior est, et angulus, qui eam continet, maior. Verum *hk* numquam videbitur maior quam *ab*, cum id quod ex angulo provenit, non superatur ab eo quod ex distantia tantum. Videbitur autem minor altera, cum diversitas inter utrasque distantias, et diversitas quae est inter angulos, habuerint sensibilem quantitatem, sed cum non habuerint sensibilem quantitatem, sicut primo videbuntur aequales.

Rursus constituamus in figura (*fig.* 10), in qua erat distantia eadem et positio diversa, parvum angulum, quem contineant *kte*, *ezh*; magnitudo ergo *gd* semper videbitur maior quam *zk*, conferunt enim ei ut maior videatur, magnitudo anguli, declinatio situs ad latus; *ht* autem numquam videbitur maior quam *ab*, quia id quod provenit ex angulo, non superatur ab eo, quod provenit ex situ tantum. Videbitur autem minor, cum diversitas proclivitatis et anguli fuerit sensibilis; quae cum non fuerit sensibilis, videbitur aequalis illi.

Si vero situm utrarum magnitudinum, quae sunt in ipsa figura (*fig.* 11), reliquerimus in eodem statu, et copulaverimus *gb*, semper videbitur *gb* maior quam *ab*, quia remotior est et magis obliqua ad latus, et nulla inest diversitas angulis earum. Apparebit autem *gd* maior quam *bg*, cum id quod ex distantia sequitur, fuerit maius illo quod ex proclivitate; apparebit minor eo, cum illud quod ex distantia sequitur, aequale fuerit in sensu.

Sed cum utraeque magnitudines fuerint habitu diversae ex praedictis tribus partibus, sicut fit, cum constituerimus figuram, quae habeat situm utrarum magnitudinum consimilem (*fig.* 12), et protraxerimus lineam *gl* in *b*, semper apparebit *gb* maior quam *zt*, quoniam omnes tres diversitates conferunt ei, ut maior videatur, videlicet magnitudo anguli, declinatio situs ad latus et magnitudo distantiae. Videtur etiam maior quam *hk*, quoniam *bg* habet duas de diversitatibus, quae constituunt rem maiorem, videlicet magnitudinem anguli et declivitatem situs. Sed *lm* semper minor est quam *gd;* duo enim sunt, quae hoc faciunt, scilicet parvitas anguli et propinquitas. Quod autem inest *gd*, quo minor apparet, est maior oppositio tantum, nec secundum omnes dispositiones videtur *lm* minor quam *ab*. Non enim habet *ab*, quo maior debeat videri, nisi magnitudinem anguli tantum, sed *lm* habet quae ei favent distantiam remotiorem et situm declinantem ad latus; tamen *lm* videtur maior, cum diversitas quae ex duabus partibus insimul fuerit maior quam diversitas quae ex angulis; si vero diversitas, quae ex duabus partibus fit, fuerit minor, apparebit *lm* minor quam *ab*, et cum fuerint aequales, apparebunt aequales.

Hac igitur de causa non debemus arbitrari illos esse sufficientes, qui dixerunt distantias tantum debere addi super id quod de angulis, et quod eis attributum est; diversitatem vero positionum vocari insensibilem; ubi dixerunt quod distantiae debent esse aequales. Quamvis enim nulla sit diversitas ex distantiis, tamen multoties accidit diversitas ex situ; unde fit in magnitudine imaginatio diversa ab illa quae fit ex angulo, cum posuerimus hanc diversitatem rursus esse sensibilem. Universaliter ergo si apparuerit, quod magnitudo rerum videndarum cognoscitur per magnitudinem angulorum, illud sit principalius et aptius. Similiter etiam si apparuerit, quod diversitates sensibilium dignoscuntur per diversitates convenientes et proportionales eis; naturale enim est, ut sensibilitas rerum fiat per genus, quod commune est accidentibus. Genus autem commune magnitudinibus et angulis est quantitas ipsarum rerum continuarum subiectarum; commune quoque distantiis genus est quantitas distantiae in unaquaque illarum; genus vero commune positioni rerum est habitudo locorum earum. His ergo de causis visus cognoscit distantias per longitudinem radiorum, et cognoscit positiones per qualitatem positionis basium. Restat igitur, ut magnitudo rerum quae videntur, comprehendatur primo et vere ex quantitate basis, quae refertur ad principium, quia inde dignoscitur per quantitatem continentis anguli.

Figuras autem cognoscit visus per figuras basium, super quas cadunt visibiles radii. Lineas quoque quae figuras continent, cognoscit per notitiam linearum continentium bases, ut rectas et curvas, quae ambae sunt principales de differentiis figurarum. Cognoscit vero superficiem totum continentem, planam videlicet et sphaericam, per superficiem totius basis. Sentit autem rectam lineam, cum longitudo lineae, quae est inter extremitates radiorum visus, fuerit extensa quanto magis extendi potest, et ideo recta linea sola facta est minor omnibus lineis, quae continent terminos, et haec est naturalis ratio de recta linea. Ideoque rationamur de rebus rectis, primo quidem per corpora, quorum partes similes sunt, quae utique extendimus quanto magis possumus, ut capillos et fila lini; similiter etiam per regulas et dioptras, et id quod est erectum penes orizontem. Sentitur autem curva linea, quando omnes radii visus, qui super eam cadunt, continent eam cum altera una et eadem linea ad angulos aequales in capite pyramidis, et ipsa linea pervenerit ad centrum circuli. Rursus superficies plana sentitur, quando per totam basem, super quam cadunt visibiles radii, coaptantur rectae lineae undique. Sentitur autem superficies sphaerica, cum undique coaptatae fuerint circumferentiae super omnes partes basis. Apparet quoque nobis superficies aut linea concava, cum fuerit proportio visibilis radii ad rectos angulos incidentis maior ad obliquos radios, quam proportio consimilium radiorum de his, qui cadunt super planam superficiem, aut super rectas lineas; et apparet nobis curva, cum proportio fuerit minor. Hae autem duae figurae idem sunt, et unaquaeque earum ad alteram habet similem proportionem, suntque de his quae vocantur relativa, ut ascensus et discensus, et unaquaeque earum coaptatur super alteram, curva quidem super concavam, et concava super curvam; quod enim extrinsecus continet, est concavum quoddam; contentum vero est curvum. Similiter autem res concavae comprehenduntur per superficies basium curvarum, et curvae per superficies basium concavarum, utpote illae quae tactu sentiuntur.

Quare quae curvae sunt, comprehenduntur per concavitatem manus continentis, et quae sunt concavae, comprehenduntur per curvitatem manus contentae ab ipsa re. Simili quoque modo erit habitus omnium figurarum ex primis figuris compositarum. Sciendum est autem, quod omnia quae de his proferuntur, oportet nos reiterare et dicere, quod magnitudines, propter quas fiunt diversitates, debent esse sicut magnitudines angulorum in his quae de rectis lineis consistunt. Diversitates profunditatis in sphaericis figuris debent habere quantitates proportionem habentes sensibilem ad distantiam, quae est inter eas et visum; quia si non habuerint sensibilem proportionem, videbuntur res, quae rectas lineas habent, ut quae rotundae. Non enim omnis res, in qua est magnitudo, habet continentem angulum sensibilem, quoniam eminentiae circumdantes rem, cum fuerint valde remotae, anguli earum minuuntur, ita quod nec sentiri possunt. Curvae quoque et concavae lineae et superficies apparebunt rectae et planae, cum praedicta proportio fuerit insensibilis. Nec apparebit differentia, quae in qualibet istarum figurarum est, propter distantiam, et ideo videmus sphaeras nobis propinquas esse curvas; figuram autem solis et lunae undique similem disco, quoniam de terminis radiorum visus, qui continent figuram uniuscuiusque eorum, fit circulus, medius vero radius sit perpendicularis, quod accidit in sphaeris quomodocumque positis. In figura autem quae similis est disco, non ita fit, nisi cum fuerit oppositus tantum. Fit quoque in diversitate quantitas, cum perpendicularem, quae super rem incidit, prohibuerit curvitas diu antea perveniendi ad centrum. Cum linea enim, quae ad superficiem ipsius sphaerae a centro procedit, non habuerit sensibilem proportionem ad perpendicularem, quae in superficiem cadit, et lineam quae pervenit ad centrum, neque inter radios circumdantes et radios cadentes super planam superficiem, in qua est linea, et quae continet rem videndam, tunc ergo non sentitur curvitas, nisi ut plana superficies. Et ideo non videmus latitudinem rerum disco similium, cum ita fuerint positae, ut superficies earum productae transeant per caput visibilis pyramidis, sed apparent nobis quod sint lineae rectae. Similiter etiam omnes superficies apparebunt lineae, et linea recta punctus, cum productae transierint per caput pyramidis. Rursus cum figura disco similis fuerit prope aspicientem exposita, ut dictum est, videbitur curva; et cum valde remota fuerit, apparebit recta linea, ea de causa quam exposuimus.

Sed cum superficies non fuerint oppositae visui, nec productae transierint per caput pyramidis, videbuntur quidem superficies esse; figurae autem earum non videbuntur similes his, quae visui erant oppositae. Figurae igitur quadratae et circuli apparebunt de diversa longitudine, quoniam laterum et diametrorum aequalium illa quae erecta sunt super medium radium oculi ad rectos angulos, subtendunt maiorem angulum quam illum, quem subtendunt proclivia, et quod prope est, subtendit maiorem angulum, quam id quod est a longe, et quorum augmentationes existunt sensibiles, et fuerint in distantiis moderatis, apparent maiora. Diversitas quidem huiusmodi imaginationum fit causa situs figurarum et distantiae aspicientium, sed impossibile est secundum unum habitum fieri, qui constet ex imaginatione omnium.

Ac si quis multa inde ad invicem quanto magis exquisite componere conaretur, naturalis quidem compositio visus res est mirabilis in casu suo, qui ordinate fit cum extensione sua, et sensibilitate quam exhibet videndi et discernendi diversitates subiectarum figurarum, quomodocumque positae fuerint. Facit autem hoc velociter sine tarditate aut intermissione, et utitur diligenti ratiocinatione cum mirabili virtute fere incredibili, et agit haec insensibiliter propter celeritatem suam. Quod possibile est nobis intelligere specialiter in rebus, quas lumen penetrat, cum de radio luminis quomodocumque incidentis fiat flexio, et multa de diversitatibus figurarum faciat in his, quae propinqua sunt eis. Quod statim percipimus propter mutationem figurarum in rebus, quas lumen penetrat, et translationem locorum suorum. In umbra etiam et luce similiter agit, et hoc ordinate et decenter secundum positionem et partem illam, ad quam declinat. Sufficiant ergo quae inde dicta sunt nobis, quoniam series verborum perduxit nos ad exponendam naturalem creationem visus, quam nulla fallacia vel negligentia consequitur.

Dicamus ergo de motu, qualiter visus cognoscit unamquamque specierum eius, ut illam quae est in magnitudine, et vocatur augmentum et minutio, et illam quae in figuris et coloribus, et est mutatio eorum eis propria, et illam quae in corporibus, et est translatio. Post haec vero sequitur habitus de dubitationibus, quae accidunt visui in singulis rebus videndis.

Primo quidem dicimus quod species motus universarum rerum, excepto motu translationis, est simplex; illud enim, per quod visus cognoscit figuras et colores et corpora, passio est, quae in eo fit, et accidens, quod ipsi passioni accidit; tunc enim sentit ea, et intelligit mutationem eorum, quando sensibili mutatione in minori sensibilium temporum mutantur, ut augmentum, quod sentit, cum angulus, qui unam et eandem magnitudinem, unum et eundem statum habentem continet, fuerit maior quam extiterat, minutionem vero, cum fuerit minor. Sentit quoque mutationem figurae, cum figura rei apparentis mutaverit superficiem basis visibilium radiorum cadentium super unam et eandem rem; et sentit mutationem coloris, cum color qui ex uno et eodem corpore accidit visui, mutabitur, et visus susceperit aliam passionem de passionibus colorum ei accidentium a subiecta re.

Species autem sensibilitatis de motu translationis indiget particulari distinctione, ut demonstretur qualis sit, et cognoscatur habitus eius in mutatione. Causa igitur videndi ea, quae de his apparent principaliter, existit in ipso visu; unumquodque enim videtur stabile, quando principio, in quo est visus, non accidit translatio sensibilis in tempore continuo, et terminus unius et eiusdem radii comprehendit de subiecta re unam et eamdem partem in sensu, aut cum acciderit in eo quaelibet translatio, et apparebit scrutanti, quod quantitates distantiae radiorum, quibus res videtur, fuerint aequales in aequalibus temporibus; non cognoscitur inde motus et quies visus, nec quantitas eorum per visum, sed per sensum tactus, qui pervenit ad virtutem regitivam, quemadmodum non dignoscimus motum manuum nostrarum per visum, cum oculi fuerint clausi, sed per continuationem, quae ad virtutem regitivam pervenit. Videmus autem quamlibet rem videndam moveri, aut cum visus steterit stabilis in minori sensibilium temporum, et mutatio visibilis radii quolibet modo fuerit sensibilis, aut cum visus transiens non reliquerit rem videndam ad posteriores radios quantitate aequali praedictae quantitati in temporibus aequalibus. Licet quoque nobis cognoscere distinctiones eorum quae diximus de motu et quiete visibilis radii per manifestiorem praefato modum, secundum quod expositi sumus.

Esto prius propter res quae videntur et moventur secundum oppositionem visus, unus ex visibilibus radiis, videlicet *ab* (*fig.* 13), et sit *a* super caput pyramidis. Si ergo visus fuerit stabilis, et non moveatur in tempore continuo, et rem videndam visibilis radius comprehenderit in puncto *b*, videbitur utique stabilis, et si in alio quam in puncto *b*, apparebit quidem remotior, cum transierit ad locum extra punctum *b*; videbitur autem propinquior, cum transierit infra punctum *b*. Sed cum secundum oppositionem transierit visus ut ab *a* ad *g* super lineam *ab*, et transierit punctus *d* ad *b*, et res videnda fuerit *d*, si locus quo res videnda invenitur, fuerit ille, quo prius fuit punctus *b*, videbitur utique stabilis, et radius *ad* tanto amotus, quanto visus praecessit, quod est *ag*; et si res videnda inventa fuerit in alio loco quam in *b*, si quidem fuerit in puncto *d*, videbitur moveri ad illam partem, ad quam et visus, aequali motu. Si autem fuerit in aliquo puncto praecedenti *d*, videbitur velocius moveri ad illam partem; et si fuerit in aliquo loco inter *b* et *d*, movebitur ad partem illam tardius; et si fuerit in aliquo de posterioribus locis *b*, movebitur ad diversam partem.

Rursus ponamus aliud exemplum propter motum qui fit ad latera, et producantur a visu plures radii de puncto *a* (*fig.* 14), qui est caput pyramidis, ut *ab*, *ag*, *ad*, sintque stabiles et non transferantur. Cum ergo unus et idem fuerit situs rei videndae, utpote cum fuerit super *ag*, apparebit stabilis, et si aliter fuerit situs eius, veluti cum fuerit super *ad* et *ab*, videtur moveri. Si vero visibilis pyramis movebitur circa punctum capitis sui, qui est *a*, et arbitrati fuerimus quod distantiae istorum positorum radiorum sint aequales ad invicem, et quod motus ad eamdem partem fit, ut de *b* ad *g*, et de *g* ad *d*, res quae aspiciebatur per radium *ab*, qui est radius subsequens, et iterum apparebit immobilis, quoniam positio *ab* eadem erit illi quae *ag;* sed cum pervenerit ad qualemcumque alium radium praeter istum, videbitur moveri. Si enim aspicietur per ipsum radium *ag*, positio eius erit eadem quae *ad*, et videbitur moveri ad partem, ad quam visus movetur motu consimili; et si videbitur per aliquem radiorum, qui praecedunt radium *ag*, videbitur moveri ad ipsam partem velocius; et si videbitur per aliquem radiorum qui sunt inter *ab* et *ag*, videbitur moveri ad ipsam partem tardius; et si videbitur per aliquem radiorum subsequentium *b*, videbitur moveri ad diversam partem.

Quia igitur motus, qui fit in minori sensibilium temporum, debet esse sensibilis, dicimus quod si altero utrorum privabitur, impossibile est motum fieri sensibilem; quoniam si distantia motus habuerit moderatam quantitatem, et tempus quo fit, fuerit insensibile, saepe enim hoc accidit in rotundis motibus, sicut apparet in troco et in rotis curruum equorum, cum vehementer volvuntur, non apparet in illis motus, quum restituuntur ad prima loca in velociori tempore, quam illud quod est minus de temporibus sensibilibus, quia visibilis radius in tempore, quod sensu continuum est, stabilis manet super loca rei videndae quae obtinet, quod proprium est rebus quae non moventur. Rursus si motus insensibilis fit in brevi tempore sensibili, sicut multoties accidit in rebus quae moventur, cum inter eas et aspicientes multa fuerit distantia, ut ea quae volvuntur in coelo, et res remotae in pelago, non videntur moveri; cumque omnis magnitudo et omnis locus dignoscatur per distantias, quas visus sentit universaliter quidem, si locus, ad quem illud quod movetur transit, fuerit insensibilis, nec res videbitur nec motio eius. Et si hoc acciderit in unoquoque parvo tempore sensibili, nec quando hoc fit, sentitur, nec quantum fuerit illud de tempore, quod vocatur nunc; nihil ergo inde apparebit in tempore continuo, sed videbuntur moveri tantum; si praetermisso sensu, aliter hoc didicerimus ex primo eorum loco.

Demonstravimus ergo quomodo comprehenditur unaquaque rerum videndarum ex passionibus, quae fiunt in visu et accidentibus, quae ipsis passionibus accidunt, et sufficit nobis quod inde dictum est. Sequitur autem hoc ut aliquam distinctionem ponamus in deceptionibus, quae in eis accidunt, ut inde possimus solvere dubitationes, quae in quaestionibus accidunt de scientia opticorum. Et quia eorum, quae in ipsis rebus accidunt, quaedam sunt ex causis communibus universis sensibus, et quaedam ex causis visui propriis in ipsis rebus quae videntur, quaedam vero in visu, et quaedam in mente, dignum est illud discerni et dicere de deceptionibus; quae sunt illae quae fiunt in ipso sensu, et quae fiunt in arbitratione mentis.

In his enim, quae universis sensibus coram sunt, non debet visui ascribi fallacia; apparet enim in eis aliquid ex his, quae secundum naturalem cursum fiunt in universitate ipsius accidentis, et invenimus plures causas eorum fieri ex augmento et minutione, quae fiunt ex virtute sensibili, aut ex diversitatibus quae fiunt in ipsis rebus sensibilibus, cum fuerit comparatio ad invicem facta, vel altera fuerit ad latus alterius posita, sicut accidit in scientia opticorum de comparatione virtutis ad invicem, ut quomodo, qua de causa easdem res eandem distantiam habentes quidam vident, et quidam non vident.

Similiter etiam de rebus, quae sunt propinquiores, et quae sunt remotiores; causa est enim in his omnibus secundum magis et minus. Causa vero videndi res a longe est abundantia visibilis virtutis, unde seniores semper vident rem a minori distantia, quoniam visibilis virtus debilis efficitur in eis cum ceteris virtutibus. Illi autem qui habent oculos concavos, vident a maiori distantia, quam illi qui tales oculos non habent; cuius causa est virtus visibilis, quae fit prope coarctationem; cum enim processio fuerit ex angustis locis, protenditur visus et elongatur. Causa quoque videndi res a propinquo loco est humiditas, cuius pars recedit cum visu, quoniam cum fuerit pauca, accidit statim, cum processerit visus, discedere illum ab ea, et videri res propinquas exquisite; cumque multa fuerit humiditas, videbitur res a magna distantia, ita quod qui voluerit indubitanter videre, necesse est ei aspicere a longe. Simile autem huic quod in visu accidit, accidit et in tactu; unam enim et eandem rem molliorem quidem sentit ille, qui corpus habet asperius, quam qui corpus habet mollius. Cuius autem corpus est calidius, sentit illam frigidiorem, quam ille cuius corpus est frigidius. Rursus cum eadem magnitudo totaliter videtur maior, partes autem eius minores, et sensus obvians ei insimul, magis cognoscit quantitatem totius, et cum obviaverit unae partium ante alteram, et alterae post alteram, minus cognoscit totum, partem vero magis; et cum unaquaeque rerum, quae comprehenduntur, fuerit minor in eo quod de toto apparet ex eis consistente, magnitudo utique cum continua fuerit, habebit aliquam dispositionem particulari parvitati pertinentem.

Similiter etiam ex diversitate positionis subiectarum rerum, quae fit secundum magis et minus, accidit prope illud quod diximus, ut id quod accidit in rebus quae apparent a latere maioris magnitudinis, et putantur esse minores, et in his quae apparent cum coloribus splendidioribus se, et putantur esse minus splendidae: quod utique fit ex defectu considerationis, cum altera fuerit minor altera superante, secundum comprehensionem propriam rebus, quae ab aliis superantur, quando non fit proportionaliter; hoc enim pertinet omnibus sensibus. Comprehensio enim quandoque minuitur et quandoque augetur perfecte tam in visu quam in odoratu, et in his quae gustantur et in sonu; sentiuntur enim in eodem tempore alia potius quam alia, quae sunt eiusdem generis. Nec decet huiusmodi accidentia tantum segregari ab his, in quibus fallitur visus, sed debet etiam fieri hoc per accidentia, quae contingunt ex mutatione rerum videndarum, quousque fiant causa apparendi rem aliter quam se haberent, si visus et mens non essent tunc in aliquo perturbati, nec status eorum mutatus. Nam cum singuli colores non videntur secundum suam proprietatem, sed fuerint commixti, nullus utique dixerit hoc existere ex deceptione consistente in visu, sive ex multitudine, sive ex situ eorum factum sit, quoniam imagines colorum non apparent aliae quam fuerant propter casum luminis super eas, sed videntur magis et minus, sicut nec hac de causa aliquid apparet, super quod non incidit lumen. Luna vero habet proprium colorem, qui apparet in eclipsi sine lumine, et non apparet in ceteris temporibus. Haec autem ambiguitas solvitur, quia luna in tempore eclipsis est in quadam umbra, terra enim, per quam fit tegmen, valde remota est tunc a luna; in aliis vero temporibus luna est in tenebris, quoniam illud per quod fit tegmen, medietas videlicet lunaris sphaerae est continuum illi, quod inde tegitur; magis autem cadit de lumine super rem existentem in umbra, quam super illam, quae est in tenebris. Similiter etiam non debemus existimare, quod visus decipitur, cum mutatur imago colorum modo quolibet, sicut fit in lumine, quod coloratur per quosdam flores vel alias res colorantes, caditque super res videndas. Universa enim, quae apparent colore consimilia ex colore alterius rei cadentis super ea, ne putentur aliunde mutari, nisi ex passione quae fit in ipsis rebus videndis de commixtione, qua ab utrisque fit unus communis habitus in visu, et in habitu ipsius rei, et in sensibilitate ab eis congregata. Subiiciuntur etiam huic speciei res illae, quarum apparet idem color, non ex commixtione alterius coloris cum suo, sed ex diversis coloribus qui insunt ei. Videntur autem sic propter distantiam aut velocitatem motionis, cum visus in unoquoque istorum debilis fiat aspiciendi et intelligendi singulas partes. Quoniam si distantia rerum videndarum quantitatem habuerit, ita ut et angulus, qui totam rem continet, habeat idoneam quantitatem, singuli autem anguli, qui continent diversos colores, fuerint insensibiles, apparebit ex comprehensione partium, quae non discernuntur, cum omnium sensibilitas congregabitur, quod color totius rei fit unus, alter quam singularum partium. Similiter etiam accidit ex motu vehementis celeritatis, ut motu troci plures colores habentis, quia non moratur unus et idem visibilis radius super unum et eundem colorem, quoniam recedit color ab eo propter celeritatem volutionis; et sic idem radius cadens super omnes colores non potest dividere inter primum et novissimum, nec inter eos qui sunt per diversa loca. Apparent enim omnes colores per totum trocum in eodem tempore quasi unus, et quod sit similis coloris, qui vere fieret ex commixtis coloribus; et propter hoc idem puncti, qui sunt super trocum, dum non sunt super ipsum axem, si signati fuerint colore diverso a colore troci, videbuntur in volutione vehementi quasi circuli similis coloris. Si lineae autem fuerint super trocum constitutae et per axem transductae, apparebit in volutione tota superficies troci similem habere colorem. Color enim cum in eisdem sensibilibus temporibus volvitur circa distantiam visui sensibilem, putatur tangere omnes locos, per quos vadit; passionem enim, quae fit in prima volutione, consequuntur semper repetitiones, quae secundum eamdem similitudinem fiunt postea; et hoc etiam accidit in stellis discurrentibus, quarum lumen videtur longum propter celeritatem cursus earum secundum quantitatem protensionis sensibilis distantiae cum sensibili passione, quae accidit in visu.

Illa etiam quae accidunt in magnitudine et figuris, fiunt propter haec quae dicta sunt, cum eadem res apparuerit minor, et videbitur habere maiorem rotunditatem ex multa distantia, quoniam circumdantes anguli minuuntur et fiunt parvi. Rursus res quae similis est disco, cum velociter movetur circa aliquem diametrorum suorum, apparet illi qui eam aspicit lateraliter, et non a parte diametri, circa quem volvitur, habere figuram ovi, quoniam in omni volutione sua superficies eius quandoque fit recta super visibilem radium cadentem super centrum eius, et videtur circulus, et quandoque erit superficies ipsa super lineam, quae cum producta fuerit, transit per caput visibilis pyramidis, et apparet inde recta linea. Fit autem per plures vices obliqua, et apparet inde esse de diversa longitudine. Cum ergo continuus motus in forma rei existendae longa aliis praevaluerit, fit undique figura totius rei de diversa longitudine secundum sensibilitatem propter celeritatem volutionis, et sic videtur aspicienti habere formam ovi.

Fit etiam fallacia in motibus rerum videndarum sine aliqua deceptione visus, sed hoc subiicitur virtuti discernitivae, cum consideratur aliud consimile per praedicta accidentia, secundum illud quod diximus fieri de veloci motione trocorum, qui cum moventur, putatur quod sensibilitas non incidit super motum eorum propter brevitatem temporis quo volvuntur; et ut illud quod accidit in rebus quae moventur et videntur a longe; putantur enim et hae stare propter stationem visibilis radii, quoniam non mutantur ibi distantiae radiorum sensibiles in tempore brevi. Si vero movebimur in aliqua quantitate distantiae non habente sensibilem proportionem ad quantitatem distantiae rei videndae, apparebit nobis res videnda moveri nobiscum ad eamdem partem motu aequali in celeritate, quod saepe accidit in luna et universis corporibus, quae sunt in coelo, propter splendorem et magnam distantiam eorum, et quia cum movemur et protendimus visus nostros, et ad huiusmodi rem videndam non suscipimus a visu sensibilem distantiam; proportio enim loci, quo movemur ad distantiam, est ut punctus ad illam. Res autem, quas idem visus comprehendit motas, si moventur cum eo, necesse est, ut cum fuerit transitus earum in distantia sensibili et sensui patentem, et augmentum quod ex distantia fit, non habeat proportionem, existimentur moveri aequaliter motioni nostrae ad eamdem partem. Similiter etiam de rebus velocitate aequalibus apparent velociores, illae quae propinquiores sunt visui, quarum enim diametri sunt aequales, subtendunt maiorem angulum. Illae autem quae transeunt distantiam maiorum angulorum in aequalibus temporibus, apparent velociores; quarum enim diametri sunt aequales, illae quae propinquiores sunt visui, subtendunt maiorem angulum, quamvis habeant minorem quantitatem, ut parvae naves et parvae sagittae, quae moventur cum maioribus; apparent enim velociores. Cum enim alio modo existimentur res, quae per plures vices in temporibus aequalibus moventur in maioribus locis quam suis, plus moveri quam illae quae moventur in locis, quae suis sunt aequalia, res enim parva mensurat aequales distantias pluribus vicibus, quam magna contingit, quando res magnitudine inaequales moventur aequali velocitate in aliquibus distantiis apparent minores moveri pluribus vicibus; tunc ergo quia res transit distantiam, super quam visus in temporibus aequalibus cadit per plures vices, quam super illam, quae est similis magnitudinis, videtur velocior.

Debent igitur hae dubitationes et eis similes, ut diximus, poni infra passiones et accidentia naturalia, quae accidunt visibili sensui; in his enim, per quae veritas discernitur, fit fallacia, quae contingit ex diversitatibus quae fiunt de ipsis rebus subiectis. Quorum autem haec non est causa, sed salvis proprietatibus rerum subiectarum, fit inde quaedam imaginatio, et sensus non comprehendit res videndas iuxta rationem et naturam suam, sed est in eis altera passio vel accidens, quo fallacia fiat; causa est fallacia ipsius visus, et debemus eam referre praesenti capitulo et inde loqui, dividentes prius et dicentes, quod rerum, ex quibus fit fallacia, aliae accidunt visui ex ipsis rebus videndis, et aliae aliunde. Fallacia igitur, quae fit ex re videnda, accidit in coloribus quidem ex actu alterius rei praeter rem videndam tantum. In omnibus autem reliquis rebus videndis fit ex differentiis specie diversis, quae pertinent ipsis rebus. Haec enim sentiuntur secundum rem sequentem; colores vero per primam speciem et per se ipsos. Iterum causa ipsius fallaciae in his quidem, quae videntur pertinere rei videndae, est quod sensus non incidat super accidentia, quae accidunt a speciebus considerationis rerum quae sunt propriae eis, sed incidit super accidentia alterius de rebus, quae existunt secundum rem sequentem. Causa vero fallaciae in his quae inferuntur passiones praeter rem videndam, est quia non possunt sentiri res subiectae sine sensibilitate corporum, quae eis sunt continuae; quod non accidit quia actus earum talis est in universis corporibus raris subtilibus, sed quia id quod primo sentit, non debet esse sensibile aliquatenus, quemadmodum quod primo movet, nequaquam esse mobilem, ne imponamus omnibus rebus passionem, et nihil ex eis maneat secundum se ipsum. Res enim quae talis habitudinis esse existimantur, inveniuntur de diversa specie, et sic delebitur primus actus, cum finis in his ducat ad infinitum.

Cum igitur iam consideraremus fallaciam visus, et divideremus eam in illam quae fit in passione, quam diximus propriam esse visui, et in illam quae fit in consideratione, exponamus unumquodque semotim in singulis rebus videndis, quae illas suscipiunt. Sed loquamur prius de his quae fiunt in passione, dicentes quod passionum quae accidunt visui, aliae sunt coloratio, aliae fractio et aliae revolutio. Illud enim quod naturale et de consuetudine inest visui, est incidere eum super res videndas purum existentem et recte aspicientem, et ordinationem utrorum visibilium conorum esse consimilem. Coloratio autem est privatio puritatis, fractio autem est privatio videndi rem recte; revolutio vero est privatio similitudinis ordinationis. Uniuscuiusque autem istorum sunt duae species; colorationis enim alia praecedens et alia subsequens; praecedens quidem est quae fit ante rem videndam; subsequens autem est quae fit post rem videndam. Fractionis autem alia flexio et alia reverberatio. Flexio quidem est fractio, quae fit ad rem resistentem; reverberatio vero est fractio a re resistente. Revolutionis quoque alia praecedens et alia subsequens; praecedens quidem est coniunctio axium ante rem videndam, subsequens autem est coniunctio axium retro rem videndam.

Accidit vero fallaciam fieri ex coloribus per colorationem visui accidentem aliunde. Coloratio quidem praecedens fit per se et per utrasque species fractionis; subsequens autem coloratio fit per utrasque species fractionis tantum. Fit igitur praecedens coloratio per se, cum diu tetenderimus visus nostros ad aliquem colorem valde lucidum, et postea respexerimus ad aliud; tunc enim id quod aspicitur ultimum, videtur habere aliquid de colore illius, quod primo fuit visum, quoniam splendidorum colorum percussio in visu diu perseverat cum eo, et ideo postquam talia aspexerimus, non videmus manifeste nec sine laesione. Fit etiam praecedens coloratio, cum aspexerimus aliquid per telas consumptas, subtiles, sanguineas vel purpureas, nam visus transit per tramas telarum sine fractione, et portat secum in transitu aliquid de colore rerum per quas transit, et sic apparet res illa habere colorem eorum, quae visus penetrat. Praecedens quoque coloratio secundum reverberationem fit, cum speculum fuerit stabile, spissum et colorem habens; colores enim rerum quae videntur per reverberationem ex ipsis speculis factam, apparent commixti cum colore speculorum. Coloratio autem praecedens fit per flexionem, cum res quas visus penetrat, non fuerint valde subtiles, sed fiat ex eis fractio habens quantitatem, nec habuerint omnino colorem remissum nec valde intensum. Si enim habuerint colorem valde intensum, non permittunt colores rerum, quae per fractionem videntur, postquam visus illas penetraverit, commisceri cum colore suo, praecedunt enim et colorant visum per virtutem coloris eorum; et cum habuerint colorem remissum, visus non sumit inde colorem. Sed cum mixtio fuerit moderata, fit inde quaedam coloratio, et visus suscipit colorem aliunde, velut a nube tenui, quae non est alba nec valde colorata, et cornibus claris, quae visus penetrat, et aquis subtilibus, quae sunt super faciem terrae, et vitreis sectionibus, frustis et aliis quae sunt tenui coloris. Videbuntur ergo colores rerum videndarum commixti cum colore rei, quam visus penetrat, compositi ex utrisque coloribus. Coloratio vero subsequens fit secundum flexionem quidem, ut illud quod accidit in rebus quas visus penetrat, cum susceperint aliquid de coloribus rerum, quae infra sunt, et quae retro eas videntur. Secundum reverberationem autem, sicut fit in speculis, quoniam cum ita fuerint posita, ut loca rerum quae in eis apparent, sint super ipsorum speculorum superficies, putantur habere colorem rei, quam visus comprehendit post reverberationem. Accidit etiam hoc secundum alium modum positionis, cum reverberatio fit ad angulos valde acutos a superficie speculorum; locus enim in quo res apparet, est determinatus, et est ille in quo conveniunt radius, qui a visu procedit ad speculum, et perpendicularis quae cadit a re videnda ad speculi superficiem, cum fuerit in eadem superficie, quae est super speculi superficiem ad rectos angulos. Cum ergo anguli, qui fiunt ex reverberatione penes superficiem speculi, fuerint parvi, erit perpendicularis parva, et locus quo res apparet, erit prope superficiem speculi. Haec autem et eis convenientia demonstrabuntur per ea, quae postea dicturi sumus cum propriis determinationibus eorum in locis opportunis, ne quaerentibus nobis singula de singulis in universis locis demonstrare, confusio fiat in sermone. Nunc ergo sufficiant nobis haec, et exponamus illud tantum, ad quod tendimus, ut ostendatur fallacia quae accidit visui.

Propter causam igitur praedictam cum fuerit ignis aut lumen parum altius ab horizonte, et prope aspicientes fuerit stagnum aut aqua congregata, si quidem aqua moderate movebitur, apparebit visui, qui a superficie aquae refringitur ad ignem vel ad lumen, forma luminis in ipsa superficie aquae longa, et videbitur moveri cum motione aspicientium illam, quousque fiat opposita eis et rei videndae, et idcirco videtur habere lumen, licet non sit ibi lumen, sed apparet tale propter reverberationem. Lumen enim rei lucidae est multum et in pluribus partibus; illud autem quod videtur in aqua paucum est, longitudinem habens tantum. Primi etiam istorum locus positionis non mutatur cum mutatione locorum aspicientium illud, sed est in eodem loco omnibus aspicientibus eum ex diversis partibus. Secundi vero locus transfertur cum translatione aspicientium illud, et cum plures fuerint aspicientes, unusquisque videbit illud in altero loco, illo videlicet, quo videtur secundum oppositionem. Hae itaque sunt proprietates eorum, quae apparent in his quae secundum se aspiciuntur, quae apparent per formam existentem in alio. Diversitas autem superficiei aquae cum fuerit moderata, contingit inde lumen apparere longum et diversum, quoniam cum superficies fuerit lenita et exquisite aequalis, fit forma rei, quae in ea videtur, una et similis ipsis rebus in figura, quoniam impossibile est tunc reverberationem fieri, nisi in uno loco planae superficiei. Anguli enim fiunt aequales, quando reverberatio fit ab uno loco ad alium locum, et cum superficies fuerit inaequalis et non lenita, possibile est tunc rem videndam apparere in pluribus locis termini, cui communes sunt superficies quas diximus. Fit ergo exinde longitudo formae rei videndae, quoniam forma erit in locis illis, a quibus fit reverberatio ad rectos angulos, qui sunt diversi propter curvas et concavas superficies continuas. Formae autem locus, quae apparet in communibus locis, erit supra superficiem, res enim videnda erit extra centrum; unaquaeque autem formarum, quae apparent de rebus existentibus subtus superficiem, videbitur parum ab ea remotior propter declinationem visibilis radii ad latus; et cum aqua movebitur vehementer, fit forma incisa disgregata propter eminentes partes curvas et concavas, quae magnae sunt, et hac de causa unaquaeque earum semotim potest videri manifeste, et alterae earum apparebunt sublimiores alteris, et alterae inferiores; sed cum superficies leviter movebitur, fit forma magis continua propter parvitatem speculorum ad invicem continuorum. Verum cum non apparuerint diversitates earum in profundo, videbitur totum illud quasi res una longa, et tanquam si haberet unam altitudinem in sensu. Manifestum est ergo ex his quae diximus, quod si in ortu vel occasu solis, aliquam quantitatem eius mare texerit, tranquillum quodammodo existens, videbitur super aquam res continua cum sole aequalis quantitati, quae de eo apparet super aquam; et si aqua modice movetur, videbitur longior.

Fallacia igitur, quae in coloribus accidit visui ex passione ei accidente, fit ad maius secundum praedictas species; fallacia vero quae accidit in situ ex fractione et revolutione, fit secundum utramque specierum istarum; per revolutionem enim videtur eadem res in duobus locis, et duae in uno, sicut in praecedentibus demonstravimus. Ex reverberatione autem et flexione videtur res in directione visibilis radii, quamvis non ita se habeat, eo quod est fractus. Rursus de his quae tali modo apparent, alia videntur a distantia minori quam vera, quae videlicet est inter illa et aspicientes, et quae est inter ea et superficiem, de qua fit fractio. Alia vero videntur a distantia aequali praedictae, et quaedam videntur a maiori distantia. Quaedam quoque videntur per quosdam de visibilibus radiis, qui sunt a parte sua, alia vero per radios diversos secundum figuras rerum, quae radios refringunt, ut accidit quando videmus sinistra per radios dextros, et superiora per inferiores, et converso; et hac de causa insulae sublimes videntur a mari esse humiliores, eo quod radii qui infra cadunt in mare, efficiuntur per reverberationem sublimiores illis, et aer qui recte comprehenditur a visu, fit altior insulis; quod evidentius apparet, cum fuerit super insulam nubis rubea, apparet enim subtus eam similis illi nubis rubea. Similiter etiam possibile est per reverberationem videri eamdem rem in pluribus locis, sicut accidit in concavis speculis, et speculis quae plures imagines ostendunt; quod faciunt, quia sic sunt disposita, quod quaedam eorum refringunt radios ad rem videndam, et quaedam ad aliud. Unde multi radii disgregati ostendunt rem secundum directionem eorum, et apparet numerus locorum rei videndae ut numerus radiorum.

In universis itaque rebus quae videntur, fit fallacia ex passione quae accidit in visu; in magnitudinibus quidem et figuris accidit ex utraque specie fractionis, in motu autem accidit ex revolutione; ex reverberatione quidem et flexione, quae sunt species fractionis, accidit cum specula aut res, quae visus penetrat, non fuerint plana. Fit enim illud ex curvitate et concavitate superficiei, quoniam cum anguli, quos formae rerum subtendunt, fuerint maiores aut minores angulis continentibus rem, quae vere videtur, et distantia fuerit distantia rei, quae recte videtur, fit inde forma rei maior vel minor, quam vera quantitas ipsius rei. Item particulares radii, qui penes formam rei disgregantur, cum fuerint longiores vel breviores radiis, qui cadunt super ipsam rem veram, quae recte apparet inde propter praefatam causam ... figuram formae dissimilis illi, cuius est forma. Hac etiam de causa rectae lineae, quae apparent retro rem quam visus penetrat, cum superficies ipsius rei non fuerit plana, apparent non rectae; radius enim fractus tunc non habet ordinem; non ergo cadet super rem videndam a puncto ei opposito, sed a puncto diversae positionis, et sic forma apparet non recta, licet sit recta. Rursus cum fuerit res, quam visus penetrat, plana, et illud quod in ea videtur, rectum, pars quoque eiusdem rei videndae fuerit extra, sicut accidit in remis, fit imaginatio, quod ipsa res sit fracta; exterior enim pars videtur in loco suo vere; interior vero, quae est in corpore, quod visus penetrat, in loco propinquiori superficiei, de qua fit flexio. Non ergo apparebunt praedictae utraeque partes rei videndae rectae continue, sed res videbitur fracta.

Particularis autem continua revolutio visibilis radii ostendit rem videndam, tamquam si moveretur, sed huiusmodi vacillatio forte fit in principio visus, ut accidit in scotoma et tenebrositate, quae ascendit ad oculum; casus enim radii super rem videndam sequitur motum principii visus amoti a directione, et sensus non comprehendit huiusmodi motionem. Existimatur ergo quod visus, qui incidit super unam rem post alteram, moveatur. Forsan autem hoc accidens fit ex continuatione cum rebus, quas visus penetrat, ut accidit in eo quod videtur in aquis quae moventur; videtur enim moveri cum motu aquae, eo quod cum superficies aquae movetur, efficiuntur ei diversa loca; et sic facit illud per quod res videnda aspicitur, plures radii visibiles, et apparet res videnda in pluribus locis, et videtur moveri.

Haec itaque sunt ea quae determinavimus de speciebus fallaciae, quae fit ex passionibus visui accidentibus ab universis rebus videndis. Debent ergo his succedere ea, quae accidunt in positione, fallacia enim, quae in coloribus accidit, ex passione visus fit tantum. Apparent autem quae diximus in positione et universis rebus videndis modo duplici ad plus: aut enim hoc fit ex coloribus diversitati subiectarum rerum contingentibus, in quibus fallitur sensus, cum privatur a propria consideratione sua, et vertitur ad comprehendendam rem per primam passionem suam; aut fit per ipsam ordinationem visibilium radiorum, cum id quod discernitur de rebus videndis, non consideratur secundum quod decet in diversitatibus, sed fit aliter faciliori modo. Rerum enim, quae in uno loco sunt, illae quae habent maiorem splendorem, apparent propinquiores. In his autem fallaciae causa videndi rem occultam non est ex longitudine radii, cum multa fuerit distantia, sed ex diversitate colorum. Iterum rei lucidae, ut solis et lunae, loca existimantur esse propinquiora; res autem habentes occultam claritatem videntur remotiores, quamvis fuerint propinquae, et ideo pictores domorum constituunt colores rerum, quas remotas volunt ostendere, aereos latentes. Rursus cum a locis sublimibus ad aliquam partem aspexerimus non respicientes inferius, putamus quod terra, quae valde a nobis est remota, sit subtus nos posita. Fallacia igitur accidit in hoc, quia illud per quod deberet id discerni, est longitudo radiorum; tunc autem sensus incidit super locum, quo ipsa terra est, et non agit hoc, sed quia res apparuit per visibilium radiorum inferiorem, aut per radium simili modo obliquum, et ea quae per huiusmodi radios videntur, solent ex consuetudine apparere quod sint sub pedibus, et raro accidit visui esse in sublimi loco, putatur res subtus esse posita.

Fit etiam eadem fallacia in magnitudine secundum utrumque praedictorum modorum, ut accidit quando res subtendunt aequales angulos, et fuerint in distantiis aequalibus; illa enim, quae minorem habet colorem, videtur maior. Si distantiae vero fuerint inaequales, remotior apparet maior quam apparebat in aequali distantia, secundum quod a distantia ei contingit. Verum accidit ei huiusmodi fallacia, quum vice ratiocinandi haec per quantitatem angulorum, utitur ibi ratiocinatione per id, super quod incidit sensibilitas de augmento longitudinis visibilis radii, quo res, quarum quantitates magnitudinum sunt aequales, cum elongantur apparent minores. Necesse est ergo hinc, ut rerum quae causa angulorum debent esse aequales, illae quarum distantia maior est, appareant maiores. Contingit etiam similiter ex diversitatibus colorum; res enim cuius color est magis occultus, apparet remotior, et ideo statim existimatur esse maior, sicut accidit in rebus, quae vere tales sunt, videlicet quae apparent per angulos aequales, cum quarumdam earum distantiae fuerint maiores.

Accidit etiam simili modo fallacia in figuris, quando non discernitur et cognoscitur figura rei ex figura visibilis radii, cum incidit super rem videndam, sed fit ex aliquo praedictorum accidentium. Apparent enim superficies propter impositos colores quandoque curvae et quandoque concavae, et ideo pictor cum voluerit ostendere has duas figuras per colores, ponit colorem illius partis, quam vult eminentem videri, lucidum; colorem vero illius, quam vult concavam videri, magis latentem et oscuriorem; et propter hoc putamus velum concavum esse curvum, cum aspexerimus illud a longe, cuius causa est, non quia ventus tale illud disponit, ut cum eo perveniat ad concavum locum veli lumen solis et visibilis radius, sed quia cadunt super medium veli recti radii, et sic lucescit. In extremis autem partibus et circumferentiis eius aut omnino nullus cadit radius, aut parum inde cadit obliquum, quo apparet obscurum. Inde ergo circumferentiae videntur concavae et medium veli eminens, quod est simile rei, quae vere est curva. In his autem quae visus penetrat, ut vitrum ab altero laterum suorum sculptum, cum aspexerimus illud a latere non sculpto, apparebit nobis ipsa superficies non plana, et quod inde est super locum concavitatis sculpturae, apparebit curvum, et quod super curvum ex alio latere sculpto, apparebit concavum. Tunc enim sensus non ratiocinatur de figura primae superficiei, obviantis illi, per figuram terminorum visibilium radiorum, qui cadunt super eam, sed per suam figuram, quae fit ipsi visui in exitu suo a re quam penetrat. Cum enim visibilis radius exierit a concava sculptura, erit figura eius concava, et cum exierit a loco sculpturae curvae, figura eius erit curva. Sed quia sensus visibilis ratiocinatur de figuris huiusmodi rerum, quod sint diversae a sua figura, ratiocinatur enim concavum per curvitatem figurae basis radiorum suorum, et quod res sit curva per concavitatem basis radiorum; similiter etiam ratiocinatur et in his. Cum enim basis visibilium radiorum cadentium super locum concavum a latere sculpto rei, quam visus penetrat, fuerit concava, ratiocinatur ipsas res esse curvas, de loco autem curvo ratiocinatur quod sit concavus, quando basis visibilium radiorum fit ibi curva.

Accidit etiam in motu de speciebus imaginum quoddam simile, quod possibile est nobis dignoscere ex his quae exposuimus, videlicet quod res quae non moventur velociter, cum velociter evanuerint a visu, arbitratur aspiciens illas esse veloces in motu, utpote ignis qui currit modico tempore, et ut favillae ignis, et illa quae moventur in foraminibus et locis angustis. Hoc autem accidit, quia sensus non ratiocinatur tunc quantitatem mutationis radii per tempus quo illud accidit, sed per id quod apparet et dignoscitur per colorem. Cum enim in parvo sensibilium temporum res aliqua transierit totam latitudinem visibilis pyramidis, apparet in motu velox, et absconditur penes terminum latitudinis; sed si acciderit in rebus quae moventur, aliquam earum corrumpi vel abscondi ex alia causa quam ista, veluti si corrumperetur antequam extinguatur, aut absconderetur antequam visus ex utrisque lateribus tegeretur, putantur esse veloces in motu, quoniam sensus non cadit tunc super velocitatem, nisi ex velocitate tectionis et absconsionis rei. Rursus cum fuerit fluvius quiescens sine undis fluens vehementer, et fuerit in eo navis stans, ille qui de existentibus in navi non aspicit in terram, quae extra est, putat navem ascendere vehementi cursu, et quod aqua non moveatur, quoniam motus aquae, super quam visibilis radius cadit ad diversam partem quam illam, ad quam putatur navis moveri, apparet ex diversitate quae est inter colorem navis et colorem aquae. Diversitas autem, quae fit ex motu partium superficiei aquae solo non patet sensui propter similitudinem partium superficiei et similitudinem coloris eius; propter motionem vero radii visibilis super partes superficiei rei videndae, oportet alterum eorum videri quod movetur, sive aqua sive navis. Cum ergo videbitur aqua quasi quiescens, debet apparere motus a navi; cum autem aspexerimus ad aquam et terram et navem in simul, et posuerimus in animo nostro quod terra sit quiescens, videbimus navem quiescentem, cum navis aspicitur per ipsos radios, quibus et terram, et videbimus aquam moveri, cum cognoverimus navem et terram quiescentes. Item si ambulaverimus in navi prope litus in tempore tenebroso, vel in alio quam in navi, et non perceperimus motionem rei portantis nos, putamus arbores et res in terra eminentes moveri; quoniam cum visibilis radius transfertur, ratiocinatur quod res visibiles transferuntur propter translationem visibilis radii. Res autem visibiles cum fuerint stabiles, putatur quod motus, qui apparet, sit in eis. Putatur etiam quod imago faciei depictae in tabulis respiciat parum in aspicientes illam sine motu ipsius imaginis, quoniam vera respectio non dignoscitur nisi per stabilitatem formae eiusdem visibilis radii, qui cadit super depictam faciem. Visibilis ergo sensus non novit hoc, sed respectio fit ad locum radii, qui est propinquus axi tantum, quoniam ipsae partes faciei aspiciuntur per radios visus, qui sunt ordine consimiles. Cum ergo aspiciens elongabitur, putat quod imago respiciat eum, eo respiciente.

Sciendum autem est, quod in omnibus imaginationibus, quae fiunt ex ratiocinatione habita de sensu et consideratione eius, fiunt in una et eadem re plura de accidentiis quae videntur; illa vero quae non iudicantur per se, faciunt in his quae iudicantur, imaginationem falsam, quoniam non est necessarium, ut iste modus comprehensionis, qui ita fit, semper fiat in speciebus fallaciae, quas dividimus in singulis rebus, sed fiat cum comprehensio rerum ratiocinandarum non fuerit manifesta, sed obtinetur per differentias rerum non ratiocinandarum nec convenientium eis, sicut accidit in differentiis habituum visus, per quos iudicatur de situ aut motu aut magnitudine aut figura, cum sensibiliter per se non comprehendantur, et ea per quae iudicatur de coloribus ipsarum rerum fuerint manifestiora. Si vero videbuntur a propinquo loco, et subiectae res habuerint aequales distantias et aequalia corpora, visus non arbitratur quod lucidiora sint propinquiora aut minora, nec etiam putat de quibusdam planis quae sint eminentia, et de quibusdam quae sint concava ex diversitatibus colorum, nec putat de aqua fluente, quae non habet undas, quod sit stabilis, nec de facie imaginis quod respiciat eum, respiciente illam. Huius igitur causa est, quod visus, per passionem, quae ei est propria, potest cognoscere diversitates colorum a maiori distantia, sed diversitates reliquarum rerum quae videntur, quia cognoscuntur per accidentia, quae passioni accidunt, cognoscuntur cum prope fuerint et non quomodocumque, quoniam in unaquaque earum convenit accidens, quod fit in basi radiorum cum magnitudine longitudinis, quae est distantia. Iste autem conventus, cum non fuerit moderatus in sensu, facit comprehensionem considerationis imperfectam. Sensus ergo cum non poterit videre subiectam rem eo modo qui ei convenit, cognoscit eam per manifestationem ceterarum diversitatum; et sic quandoque apparet ei res vere, et quandoque imaginatio falsa; imaginatio quidem falsa, sicut illa quae accidit de fallacia in praedictis rebus, imaginatio autem vera ut ex re magis obliqua et parva; naturaliter enim debet esse in propinquiori loco, et cum res bene sentitur causa propinquitatis, et visus incidit super eam ex ea parte quae ei propria est, consideratio non fallitur in aspectu secundum hanc speciem. Omnes etiam diversitates rerum, quae per angulos dignoscuntur, erunt manifestae nihilo minus quam manifestatione aliorum.

Debemus autem intimare nunc, quod omnia quae diximus de fallacia, similia sunt fallaciae ipsius visus, et imaginationis quae accidit in eo; et quia falluntur in pluribus rebus, eo quod sensus incidit super res videndas secundum consuetudinem suam et naturam, mens autem in continua cum rebus comprehensione sua existimat eas extra ordinem; debemus dicere hoc iterum esse fallaciam ratiocinationis mentis, sicut accidit in positione, cum aspexerimus in speculis planis, et facies rei videndae fuerit opposita faciei speculi. Tunc enim ostendit nobis visus partes nostras, secundum quod inest ei a natura ostendendi res, quae vere videntur, videlicet res, quae per dextros radios videntur, apparere dextras, et quae per sinistros, sinistras; mens vero ostendit nobis dextra sinistra, et sinistra dextra; res enim, quarum facies vere oppositae sunt, talem habent positionem, quod faciunt dextra alterius opposita sinistris alterius, et sinistra opposita dextris; et hac de causa cum moverimus quamlibet manuum nostrarum semotim, ostendit nobis visus, quod manus quae movetur, est opposita ei; mens autem ostendit nobis eam e converso. Fit etiam fallacia in ratiocinatione de distantiis et quantitate, sicut fit cum in die aspicimus in aere quo sumus. Cum enim idem aer sit spissior et magis coloratus quam superior propter locum multae exhalationis, quae ascendit a terra et aquis, aptior fit ad provehendum lumen intra eum et penetrari a visu; putamus ergo videre coelum sicut colorem communem exhalationibus et coelo. Universaliter quoque in omnibus rebus extensis, tenuis, humidis, quae sunt remotiores ab aere in quo sumus, propter validam subtilitatem earum omnino debilitatur nisus videndi eas, quamvis lumen non prohibeat comprehensionem earum, sicut accidit cum visus fuerit in tenebroso loco et aspexerit stellas, et non videt rem circa eas extensam, quamvis cadat super eam lumen. Sed cum fuerit visus in loco lucido, non videt stellas, quoniam lumen quod est inter eas et visum, ducit protensionem visus ad debilitatem. Et quoniam aer, qui in die apparet, putatur esse remotior omnibus rebus, cum nihil aliud appareat sublimius eo; sol autem et luna putantur esse propinqui propter claritatem, sed mens videns coelum, quod sit sublimius aliis locis, ratiocinatur ratiocinationem falsam, et putat rem visui apparentem esse veram, et illam esse quam ipsa cognoscit, et putat quod res, quae novissima ei videtur, maior sit illa, quae naturaliter et vere remotior est et maior aliis. Accidit etiam in figuris simile huic, videlicet fabricarum, quarum parietes habent aequidistantia latera, et liminum ianuarum, quae sublimia sunt, superiores partes videntur ampliores (*sic*); quod accidit ex imaginatione, quae fit sensui, quamvis superiora illorum non habeant maiorem strictitatem et propinquitatem quam inferiora. Hoc enim consueverunt homines facere, ut positio sit bene disposita et firma. Mens ergo, quia apparet ei iuxta consuetudinem quod sint ampliora (*sic*), quamvis sint e converso, putat illa vere talia esse, quoniam mens existimat de his, quae taliter constituuntur, quod habeant aequidistantia latera; nam cum haec fuerint recte erecta, sunt super horizontem ad rectos angulos. Res autem quae sunt erectae super horizontem ad rectos angulos, sunt aequidistantes, sed cum non ita se habuerint, ut illae quae non habent aequidistantia latera, mens putat quod unum de duobus oppositis lateribus sit maius quam est. Fit etiam in motionibus falsa opinio, sicut accidit in curribus equorum, quando motus eorum non fuerit velox; sensus enim non cadit super partes eorum, sed cadit super equos et rotas simul. Nos autem putamus, cum illas aspexerimus, quod equi velociter vadant, et quia in huiusmodi rebus, quae transeunt aequales distantias, accidit hoc fieri in temporibus aequalibus, et illud sit commune equis et rotis; ex rotis autem propter parvitatem quantitatis earum fiunt plures repetitiones in volutionibus, quae sunt motus earum, et est velox et continuus, mens ratiocinatur inter motum et volutiones de aequalitate, generali ratiocinatione, et putat quod transitus equorum sit velox.

Hic est ergo finis eorum quae diximus in praesenti sermone de deceptionibus et rebus, in quibus fallitur visus.

SERMO TERTIUS

De Opticis Tholomaei.

Res quidem quae videntur, et qualiter unaquaeque earum videtur, et quot modis fit fallacia visus in dignoscenda veritate rerum videndarum, explicavimus in secundo sermone huius libri. De rebus autem, in quibus accidit error et dubitatio, quia ostendimus quod quaedam sunt, quae recte videntur, et breviter et sufficienter illas explicavimus; quaedam autem accidunt secundum fractionem visibilis radii, et illud in maiori parte notavimus; tantum debemus hoc persequi per demonstrationes, quibus scientia eorum utique consumetur, et ponere illud in unaquaque duarum specierum huiusmodi imaginationis.

Quia igitur altera earum est secundum penetrationem visibilis radii in rebus aliquantum refringentibus eum, et fit inde reflexio, quod vocavimus communi nomine penetrationem radii; altera vero species est in rebus prohibentibus penetrationem, unde fit reverberatio radii existens ab ipsis rebus prohibentibus penetrationem, et consuevimus illas nominare specula, decet nos primo incipere loqui de altera istarum duarum specierum, secunda videlicet, et dicere de figuris, quae fiunt in superficie speculorum, plani videlicet et sphaerici, id est curvi et concavi, et de eo quod apparet ex compositione istarum figurarum.

Cum ergo in omnibus rebus, quarum scientia quaeritur, aliquibus principiis universalibus indigetur, videlicet ut praeponantur res sive in effectu sive in consistentia certae et indubitabiles, ex quibus sequentes demonstrationes sumantur; debemus dicere, quod principia quibus indigetur in scientia speculorum, praecipue sunt tria; et sunt primae scientiae possibiles per se cognosci, quorum unum est quo dignoscitur, quod res quae videntur in speculis, apparent secundum directionem visibilis radii, qui cadit super eas per reverberationem suam, quae fit secundum positionem pupillae a speculo. Secundum vero est quo dignoscitur, quod singula quae in speculis videntur, apparent super perpendicularem, quae cadit a re videnda super speculi superficiem et penetrat. Tertium autem quo cognoscitur, quod talis est positio fracti radii, qui est inter pupillam et speculum, et inter speculum et rem videndam, quod unusquisque istorum duorum pervenit ad punctum de quo fit fractio, et continent cum perpendiculari, quae ab ipso puncto procedit de speculo, aequales angulos. Vocatur autem perpendicularis in superficie sphaerae communi nomine linea, quae circumfertur cum omnibus lineis, quae tangunt sphaeram exeuntes a puncto communi, qui est in superficie sphaerae ad rectos angulos. Unde necesse est, ut omnes perpendiculares cadentes super sphaerarum superficiem, cum penetraverint, transeant per centrum sphaerae.

Manifesta autem erunt ea, quae de principiis praepositis, per ea quae apparent, sicut exponemus. In omnibus enim speculis invenimus, quod si in superficie uniuscuiusque eorum signaverimus punctos in locis, quibus apparent res videndae, et texerimus eos, non utique apparebit tunc forma rei videndae. Postea vero cum unum post alium detexerimus, et aspexerimus ad loca detecta, apparebunt puncti signati et forma rei videndae in simul secundum directionem principii visibilis radii. Et si erexerimus in superficiebus speculorum ad rectos angulos aliquas res directas longas, et distantia fuerit moderata, formae illarum apparebunt super unam lineam rectam, ipsae et res quae extra videntur vere. Ex his utrisque res videnda debet apparere in speculo in loco puncti, quo iunguntur visibilis radius et perpendicularis, quae cadit a re videnda super speculum; situm quoque praedictarum linearum esse in eadem superficie, cum altera alteri obviet, et ipsam superficiem ad rectos angulos, quoniam altera earum est perpendicularis super speculi superficiem, et visibilem radium, cum ad rem videndam refractus fuerit, esse in ipsa superficie quam diximus, et perpendicularem, quae procedit a puncto reverberationis super speculi superficiem, esse distinctionem communem omnibus superficiebus diversis, quae fiunt penes reverberationem visibilium radiorum. Fit etiam simili modo, cum fuerit situs oculorum sic constitutus, ut alter videat alterum in eodem tempore, quod fit cum ex utrisque in simul visus ceciderit super unum et eundem punctum de illis, qui sunt in speculo. Quod si ita non fit, accidit nullum eorum videre alterum, et hoc significat quod radii visus refracti sint ad invicem. Ex his quoque patet, quod reverberatio fit ad rectos angulos; angulus enim erit unus et idem propter casum alterius duorum radiorum super speculum, et reverberationem alterius radii a speculo. Si vero posuerimus illos esse inaequales in utraque parte, necesse est fieri ab altero oculorum radium obviante superficiei speculi angulum maiorem illo, qui fit ex radio post reverberationem eius a speculo, in altero autem oculo fieri e converso, videlicet ut angulus radii post reverberationem fit maior angulo alterius radii, qui cadit super speculum.

Hoc autem manifestius erit et visui patebit, certumque ostendetur inde quod diximus per hoc experimentum. Constituatur planca rotunda ut haec (*fig.* 15), cuius centrum sit *a*, sitque aerea, moderatae quantitatis, et sint utraeque superficies eius coaequatae, quanto magis diligenter coaequari possunt, sintque extremitates circumferentiae eius rotundae, lenitae, et protrahatur in altera superficie eius parvus circulus super centrum *a*, et sit *bgde*, et protrahantur in ea duo diametri secantes se invicem ad rectos angulos, et sint *bd*, *ge*, et dividatur unaquaeque quarta pars circuli per nonaginta partes, et sumantur duo puncti *bd* tamquam centri, et protrahantur per distantias *ba*, *da* duae sectiones duorum circulorum, super quas sint *zah*, *tak*, et constituantur tres regulae. ferreae subtiles parvae quadratae rectae, quarum una maneat recta, et leniatur unum ex lateribus suis, ita ut appareat tamquam speculum clarum, et curventur reliquae duae regulae, ita ut curva superficies unius et concava superficies alterius sint super sectionem circuli aequalis circulo *bgde*; et leniantur duae superficies istarum regularum, ut fiant tamquam duo specula. Capiamus autem de unaquaque duarum regularum qualescumque circumferentias, et sint *zah*, *tak*, et copulentur *ba* cum colore albo, et *al* cum colore alio, et erigatur super *al* dioptra parva, et sit praedicta planca ita disposita, ut ipsa dioptra faciliter transeat per punctum *l* et lineam *al*, et ponatur praedicta planca super latera superficierum, in quibus sunt specula, et quod ex ipsis speculis est planum, sit super *gae*, et quod curvum sit super *zah*, et quod concavum sit super *tak*, et ponatur in medio sublimioris lateris uniuscuiusque speculorum axis eminens ad conservandam positionem eius super ipsum punctum *a*. Si ergo posuerimus alterum oculorum super dioptram in puncto *l*, qui sit super *al*, et aspexerimus ad locum axis speculorum, et volverimus super plancae superficiem rem parvam coloratam, et movebimus eam quousque apparebit nobis a puncto *a*, quod sit opposita visui, tunc apparebunt nobis punctus *l* et punctus *a*, et forma quae in tribus speculis videtur super unam lineam. Si ergo signaverimus locum, quo res inventa fuerit, in superficie plancae, videlicet de quo apparet forma rei in ipsis speculis, ut illa quae est ad punctum *m*, et protraxerimus lineam rectam *am*, inveniemus circumferentiam *bm* semper aequalem circumferentiae *bl*, quod cum ita fit, erit angulus *lab* sicut angulus *mab*, et linea *bd* erit perpendicularis super omnia ista specula. Linea quoque *al* est locus radii a visu cadentis super speculi superficiem; linea autem *am* est locus refracti radii a superficie speculi ad rem videndam. Rursus si posuerimus super *b* aliquid modice longum, et posuerimus visum in loco qui est super caput *ab*, apparebit totum super unam lineam rectam, quae est *ad*.

Principia igitur quae posuimus, apparent per ea quae exposuimus; quod autem ratiocinatio in his sequitur naturam sensuum, non est difficile dignoscendum. Cum enim visibilis radii consuetudo et natura sit recte procedere a principio suo in universis rebus, quae recte videntur; reverberatio autem quae procedit ex speculis, non assimilatur visui, debet sensus declinare ad naturalem actum, qui de consuetudine sua est, et congregare radium fractum cum primo radio posito ante reverberationem, et sic arbitrari illum esse directum, tanquam si non accideret ei aliquod accidens, sed esset rectus. Videbitur ergo forma rei tamquam res quae videtur sine obstaculo.

Causa vero qua visui non manifestatur reverberatio radii, est quia nequaquam sentit illam solam sine obviatione rerum, ex quibus fiunt huiusmodi formae. Casus enim radiorum super specula ita fit, quod singuli eorum cadunt super singulos punctos speculi. Locus autem obvians ei, nihil comprehendit de longitudine laterum, quae continent angulum reverberationis. Erit ergo hic angulus insensibilis necessario, cum in aliquo non obviat radio qui cadit super speculum. Erit igitur et angulus, qui inde fit insensibilis, et quia partes radiorum solae remanent super faciem ipsius speculi, cum facilis sit scientia habitus eius, rursus cognoscitur inde locus, quem de speculo comprehendunt hi radii; et quoniam procedunt a visu perpendiculares super speculum, forma erit secundum proportionem rei constitutae ab aspectu qui recte fit; unumquodque enim istorum videtur super perpendicularem cadentem super pupillam. Radii enim qui transeunt per aspicientem, et protenduntur ad pupillam a principio, cuius positio est intus super centrum figurae sphaericae, fiunt omnes perpendiculares super pupillae superficiem, quae suscipit naturam curvi speculi cum figura et lenitate sua; et hac de causa apti sumus suscipiendi formas rerum, sicut visus suscipiunt, qui ad invicem sunt oppositi. Quoniam cum reverberatio, quae deberet fieri a rebus videndis ad pupillas secundum directionem et oppositionem translata sit ad specula, conservat situm qui fieret a pupillis in ipsis rebus, et erit hic obviatio lineae, quae a visu procedit cum eodem radio, qui est ibi inter pupillam et rem videndam; sicut accidit in rebus, quae apparent ad invicem oppositae, cum ceciderit visus super speculum ad rectos angulos, et refringitur in se ipsum. Erit enim nutus illius, a quo fit apparitio rei, unus in numero et situ, qui situs est ille, per quem fit directus super speculum et pupillam ad rectos angulos, et erit inde aspectus rei duplex et diversus in proportione et virtute, alter quidem a visu ad rem quae apparet, alter vero a re quae apparet ad visum.

Rursus, sicut iam consideravimus, necesse fore ut id quod èst super caput visus, terminatum sit, et unam habeat ordinationem et constitutionem, videlicet ut sit super caput principii visus, ita etiam constitutio aspectus rerum videndarum debet esse secundum unam et eamdem partem, quae habeat terminatum situm, qui est situs speculorum, et fit super perpendicularem. Est enim undique uni rei una et eadem perpendicularis. Illud autem quod praeter hanc quomodocumque ab eo declinat, suscipit multas diversitates; et quia huiusmodi res sine illis nequaquam consistunt, res utique simul debent constitutionem habere in superficie, quae fit de radio refracto, quoniam et eae observant situm erectum super speculorum superficies ad rectos angulos. Hic enim linea quae ante reverberationem fit, non cadit aliter quam linea quae fit post reverberationem: circulorum enim qui constituuntur super specula circa centros vel axes, sectiones quae fiunt super capita angulorum penes refractionem existentium, et sunt communia superficiei quae per eos transit, habent unam speciem constitutionis in universis subiectis figuris et super diametrum, existente superficie erecta super speculorum superficies ad rectos angulos. Ille autem situs, qui diverso modo in his fit, terminatus existit, qui est super diametrum.

Hinc ergo de facili apparet proportio aequalitatis angulorum, quae fit ex reverberatione, et quod sit secundum naturalem cursum, quoniam res quae emittuntur, vix prohibentur a rebus tangentibus illas tantum, sed prohibentur multum a rebus resistentibus penes lineam motionis; et ideo cum aliquid prohibuerit has res contraria et forti obstantia, secat lineam longiorem et adversatur ei, illi videlicet, quae protenditur ad principium, quemadmodum parietes prohibent sphaeras quae cadunt super eas ad rectos angulos. Illae vero nullatenus prohibent, quemadmodum manubria arcuum non prohibent sagittas. Intelligendum est etiam iuxta hunc modum de universis rebus quae moventur, et cognoscendum est quod ita fiunt. Oportet autem ut opus ipsius visibilis radii sequatur hanc rationem, et unusquisque radiorum, qui appropinquat speculo et qui elongatur ab eo, debeat conservare situm qui fit in statione perfecta, videlicet ut angulus qui fit ex linea procedente ad sectionem contrariam perfectam cum linea quae venit ad particularem, sit idem illi qui recedit ab eo sine sectione contraria perfecta, cum ea quae procedit a particulari. Si de linea ergo quae cadit prope stationem perfectam, et illa quae longe cadit ab ea, ex utrisque fuerit unus et idem situs, qui videlicet est erectus super speculum ad rectos angulos, necesse est ut ex illis, quorum constitutio situs his subiacet cum linea quae appropinquat stationi particulari et quae ab ea elongatur, fiant aequales anguli.

Proponendum est autem et prius dicendum, quod situs, qui super loca formarum fuerint, indigent particulari conditione, videlicet ut situs conveniat cum distantia. Haec autem in apparitione quae fit secundum directionem et oppositionem, multoties non discernuntur penes radios, et hoc secundum moderationem eorum in distantia, sicut ex consuetudine accidit in rebus, quae quandoque sunt ad invicem disgregatae et remotae ab aspicientibus, et apparent propinquae et congregatae propter debilitatem sensus exquisite discernendi remotas res. Attrahit autem eas debilitas nutus ad consuetam visui apparitionem, quae fit de rebus propinquis existentibus coram ipso, quoniam in huiusmodi rebus maiorem habet efficaciam, et partim utitur illa consuetudine in remotis. Hic quidem defectus, qui visui accidit, valde fit magnus in actibus qui sunt penes reverberationem. Sequitur autem hoc, ut omnis incubitus, qui fit ab omnibus rebus quae moventur, fit debilior, cum non fuerit secundum proprium principium eius, sed alio modo acciderit, illo videlicet, qui primo prohibuit coniunctionem eius cum rebus subiectis. Apparebunt etiam haec invisibilibus radiis, cum positio speculorum et rerum, quae penes ea videntur, ita constituantur, ut pars radiorum cadat super res quae apparent sine reverberatione; radii autem qui a speculis sunt, sint refracti, et utrumque in simul fiat in eodem tempore. Tunc enim cum tota forma fuerit congregata et propinqua in positione, accidit formas rerum quae recte videntur, esse multo magis occultas et minus manifestas. Cum igitur minutio debeat esse consimilis in universis rebus et in distantiis formae quae apparet, oportet inesse eis aliquid de coniunctione, cum fuerint diversae quantitatis. In forma quidem communi omnibus speculis fit ex praedicta debilitate, quae existit ab ipsa reverberatione; in forma autem quae est in concavo speculo, fit ex qualitate reverberationis, et hoc fit maxime duobus modis; altero quidem quo fit consistentia formae maior quam vera, et fit forma moderata et magis congregata, eo quod cum perpendicularis super illam fuerit posita, non accidit totam formam esse secundum directionem verae rei, quoniam quae in coniunctione remotiora sunt, constituunt aliquam reversionem in situ visibilis radii.

Altero vero modo fit, quia quandoque quidem accidit, quandoque vero nusquam contingit, ut praedictae lineae iungantur, linea videlicet quae a visu procedit ad speculum, et perpendicularis quae cadit a re videnda super speculum, non utique illa, quae est ante visum, sed quae super ipsum visum est aut retro visum; locus enim formae in huiusmodi situ non erit manifestus, coniunctio autem illius, quod debet fieri de casu reverberationis in secundo modo, erit propinqua, cum non apparuerit obstaculum ad ipsam formam. Et iterum quando locus non apparet cum illa, attrahitur sensus ad transitum, qui est inter superficiem speculi, a quo fit reverberatio, et visum.

Quapropter debemus investigare vias, quae ducunt in huiusmodi rebus ad locum formae, qui est in distantia moderata et bene directa, et debemus considerare si res quae ibi apparet, semper concordat praeposito principio, et invenitur in reverberationibus et in his quae recte apparent; et debemus uti distinctionibus multo prius de loco formae, cuius constitutionem diximus fieri penes praedictam coniunctionem, et quod hoc sit certum in locis, in quibus fit tantum, et in quibus apparet. Multoties enim accidit hanc formam, quae secundum directionem fit, non apparere in locis, in quibus apparet vera magnitudo.

Nunc ergo debemus considerare de dubitationibus, quarum contemplationem praetermisimus in secundo sermone praesentis libri, de his videlicet, quae accidunt in locis, quibus apparent res videndae, quod convenit perpendi ex eo, quod una res forte apparebit in duobus locis et duae in uno, aspicientibus eas cum utrisque oculis quolibet modo.

Dicamus ergo prius de coniunctione ista, qua utrarum pyramidum capita sint puncti a, b (*fig.* 16), et copuletur linea ab, et per medium dividatur super punctum g, et producatur ab eo perpendicularis erecta super ab ad rectos angulos, et sit gd, et coniungantur axes ad, bd super punctum d, et res videnda sit posita in d. Videbitur ergo haec res una, et in ipso loco quo est. Similiter etiam si a puncto d protraxerimus lineam erectam super gd ad rectos angulos, quae est *edz*, apparebit unaquaeque rerum positarum super hanc lineam, cum sit super caput puncti *d*, una in loco quo est. Cum autem producta fuerit linea *htk* aequidistans lineae *edz* et fuerint duo axes oppositi puncto *d*, res quae est super punctum *t*, videbitur in duobus locis, qui sunt *h*, *k*. Duae autem magnitudines positae in his duobus locis, videbuntur in tribus locis, qui sunt puncti *tlm*. In puncto quidem *t* apparebunt utraeque insimul tamquam si essent una res; videbuntur autem disgregatae, *h* quidem super punctum *l*, *k* vero super punctum *m*, et videbitur unaquaeque de *lt*, et de *tm*, aequalis *hk*; et si posuerimus utrosque axes oppositos puncto *t*, videbimus tunc *d* super punctos *e*, *z*.

Et quod numeri istorum apparent ut diximus, possibile est illi perpendere, qui experietur hoc, per regulam, super quam fuerint duo cylindri. Qui vero voluerit vere cognoscere loca eorum, dignoscet ea per positionem digiti super rem videndam. Digitus enim cadit super rem subiectam, cum apparuerit in loco sibi proprio, et cum non fuerit in loco sibi proprio, non cadit super eam digitus, sed recedit nihil ibi inveniens. Causam quidem diversitatis quam proposueramus, exposuimus in illo loco, et demonstravimus pluribus modis, videlicet cum opinabamur de rebus, quae cum utrisque oculis videntur insimul.

Illae quidem, quae aspiciuntur per radios ordine consimiles, etsi fuerint duo, videntur quasi in uno loco; si vero non aspiciuntur per radios ordine consimiles, etsi fuerit una, videtur quasi in duobus locis. Qua de causa si in ista figura (*fig.* 17) copulaverimus lineas *ae*, *az*, *be*, *bz*, *ta*, *tb*, *bh*, *ak*, unaquaeque *de*, *dz* apparebit in uno loco, quoniam *ad*, *bd* sunt super ipsos axes, et radii qui cadunt super *e* et super *z*, sunt ordine consimiles, quia *ae* similem habet ordinem ei qui est *be*, et *az* similis est in ordine ei qui est *bz*; *h* vero et *k*, quoniam *ah* et *bk* sunt axes, apparebunt in uno loco qui est punctus *t*; et quia *bh*, *ak* non sunt ordine consimiles, videbuntur *h*, *k* super punctos *l*, *m*, et punctus *t*, eo quod radii *at*, *bt* sunt ordine dissimiles, videbitur in duobus locis qui sunt *h*, *k*.

Nunc ergo decet nos, cum posuerimus distinctiones aliquas communes de locis, in quibus apparet unaquaeque rerum, considerare quomodo debent inde videri res videndae in locis suis, quibus sunt positae. Quod utique faciemus, postquam posuerimus de his quae locuti sumus, aliud principium manifestum, videlicet si non fuerit posita linea *htk* (*fig.* 18) aequidistans lineae *ab*, sicut prius praeposuimus, sed fuerit linea *ah* maior linea *bk*, et axes remanserint in statu quo fuerant oppositi puncto *d*. Res utique positae super punctos *k*, *h* videbuntur super unam lineam, quae est *gd* circa punctum *t*; utraeque autem in uno loco non videbuntur, tamen *k* videbitur propinquior visui quam *h*, et erit diversitas earum in propinquitate et remotione maior, cum proclivitas *hk* a speculo fuerit maior. Tunc enim videbitur *h* in loco *m*, et *k* in loco *s*, et haec duo loca sunt, a quibus incidunt duae perpendiculares super lineam *gd*.

Et cum haec ita fuerint, sicut diximus, convenit, ut natura coaequet diversitatem quae est inter duos axes, et congreget eos secundum situm rei videndae; cadent ergo utrique super eam a principio quod est inter eos, et est illud in quo debet coniunctio capitum pyramidum fieri, et distantia eius ab illis est aequalis, et eorum sensibilitas est communis; fitque hoc secundum quod accidit in una via de eo, quod medium est inter utraque latera, quoniam impossibile est ut magnitudo quae est opposita eis, conservet situm similem penes unumquemque axium. Res enim quae apparet opposita utrisque oculis, non est perpendicularis super utrosque axes. Quomodo enim possumus hoc arbitrari, cum unusquisque axium declinet ad alterum, nisi de illo qui debet esse in medio, sicut diximus, et est distantia eius proportionalis, qui rationabiliter debet vocari axis communis. Debemus autem universaliter in his quae recte videntur, distinguere qualis est habitus locorum, in quibus apparent res videndae, et quod quantitas distantiae illorum a rebus veris est secundum distantiam communis axis ab axe proprio visui, et haec distantia est perpendicularis cadens a rebus videndis super axem communem.

Debemus etiam considerare, si illud quod distinximus, convenit rebus quae apparent. Ponamus ergo hic figuram praetaxatam in eodem statu, ut unumquodque ex his consequatur metam suam. Sit unaquaeque de lineis *ad*, *bd* (*fig.* 19) axis visus; inveniemus ergo id quod est super lineam *edz* apparens in loco suo quo est, illud vero quod super lineam *htk*, invenietur in aliis locis, quam in quibus comprehendebatur. Manifestum est ergo, quod puncti *edz* apparebunt in locis quibus sunt, eo quod perpendicularis, quae ab unoquoque eorum procedit, cadit ab axe *gd*, qui est communis, super punctum unum, quoniam secundum quantitatem distantiae communis axi a proprio axe, ita etiam erit distantia loci, quo res apparet, a vero loco suo versus illam partem. Videbuntur ergo res ipsae in locis suis propter coniunctionem axium. Demonstratum est igitur, quod unaquaeque istarum rerum apparet in loco suo vere. Quod autem *h*, *t*, *k* non apparent in locis suis vere, ipsa causa est quam diximus, videlicet quod proprius axis radiorum, quibus aspicit oculus *a*, est *ah*, et distantia eius cum sumitur super perpendicularem, quae cadit super axem *gd* communem, est *ht*, quae est ut linea *tk*; locus ergo quo punctus *t* videbitur, erit punctus *k*. Similiter etiam demonstrabitur quod haec eadem contingunt, si aspexerimus cum oculo *b*. Item si fuerint duae res positae super *h* et *k*, et fuerit unaquaeque ex *lh*, *km* sicut unaquaeque ex *ht*, *tk*, res quidem posita super *h* apparebit super duos punctos *t*, *l*, et apparebit visui *a* per radium *ah* super punctum *t*, quoniam distantia eius est *th* perpendicularis; visui autem *b* apparebit super punctum *l*, quoniam distantia eius est *tk* perpendicularis, quae est inter comunem axem et axem *kb*, qui est proprius, et est aequalis *hl* et ad partem suam, et haec est distantia loci, in quo apparet punctus *h* visui *b* a certo loco suo; et propter hoc etiam erit locus apparitionis rei positae super *k* penes punctum *t* et penes punctum *m*. Hoc autem concordat universalitati, quam determinavimus. Manifestum est ergo, quod illud quod apparet in proprio loco suo, est id quod positum est super locum coniunctionis communis axis, et axis proprii radiis cadentibus super rem videndam, aut quod est positum super perpendicularem, quae cadit super communem axem, in loco in quo obviat proprio axi praedicto.

Quae aliter autem sunt quam explicavimus, non videntur in propriis locis suis, ac si essent concordes in specie; oportet enim hoc fieri secundum diversitatem, quae est inter axes in distantia, sive cum duobus oculis insimul aspexerimus res videndas, sive cum altero. Quoniam de rebus quae apparent sensui, cum una res videtur in duobus locis, si quidem texerimus alterum oculorum, forma quae remanet post alteram quae absconditur, remanet in loco suo, ubi apparebat immobilis, et est illa quae primo apparebat. Unde manifestum est, quod res, in qua conveniunt loca diversa, non est communis utrisque oculis tantum, verum etiam et propria est unicuique eorum.

Quod licet nobis videre certiori aspectu, si sumpserimus tabulam moderatae quantitatis, et constituerimus colorem eius nigrum, et posuerimus in minori laterum suorum distantiam aequalem distantiae, quae est inter oculos, ut *ab* (*fig.* 20), et erexerimus in puncto medietatis eius, qui est *g*, perpendicularem *gd*, et protraxerimus lineas ***aez***, ***beh***, ***tek***, et fuerit ***tek*** aequidistans linea *ab*, et linierimus ***gd*** colore albo et ***tek*** colore viridi, et ***aez*** colore rubeo, et ***beh*** colore croceo, et erexerimus super *e* aliquod parvum subtile. Posuerimus autem super punctos *a*, *b* utrosque oculos, et tenderimus cum aspectu nostro ad locum *e* exquisite, erunt lineae *az*, *bh* super axes, et apparebit nobis linea *tek*, quae est viridis coloris, una linea, quoniam est in loco coniunctionis axium, et apparebunt nobis lineae *aez*, quae est rubea, et *beh*, quae est crocea, utraeque quidem coniunctae in uno loco, videlicet super *gd*; unaquaeque vero earum semotim in alio loco, *aez* quidem super *lem*, *beh* vero super *nes*; ipsa vero *ged* quae est alba, apparebit super *az* et super *bh*. Et cum texerimus visum *b* de linea quidem *tek*, quae est viridis, nihil abscondetur, de duabus vero lineis albis abscondetur totum id quod est super *az*, et abscondetur de eo quod apparet super *gd* totus color croceus; de his autem quae sunt in duabus extremitatibus, abscondetur rubea, quae est super *lm*. Reliquae vero lineae conservant loca earum, quae habebant, quando aspectus oculorum cadebat super eas. Quod totum sequitur ea quae prius determinavimus.

Hac igitur de causa, cum visui insitum sit mirabile desiderium exquisite comprehendendi res videndas, semper volvit axes eius, quousque locus coniunctionis eorum fiat in medio magnitudinis quam comprehendit, et ducatur ad positionem illam, quae fit secundum oppositionem, qua apparent loca subiectarum rerum vere et diligenter. Si vero aliter fuerit, et distantia loci coniunctionis axium ab utraque parte non fuerit aequalis, ut res sit manifesta, non erit distantia eius a vero multa, quoniam cum axes quomodocumque fuerint declinantes ad alterum laterum, apparet diversitas rerum non manifeste, sed est confusa propter magnam diversitatem, quae fit a locis apparentibus et propter debilitatem radiorum lateralium. Quid igitur accidit ex rerum positione secundum oppositionem, ut diximus, demonstratum est.

Qualis autem sit habitus in declinatione ad latera, cognoscemus tali modo. Ponatur caput alterius pyramidum punctus *a* (*fig.* 21), et coniungatur iterum communis axis, qui est *gb*, et axis *ab* super punctum *b*, et producatur quaelibet linea, et sit *dezh*, et protrahantur a punctis *d*, *e*, *h* perpendiculares super *bg*, et sint *dtk*, *el*, *mn*, et sit *ds* aequalis lineae *tk*, et copuletur *sl*, et producatur quousque iungatur cum linea *nh*, cum producta fuerit super punctum *i*. Dicimus ergo quod *deh* apparebit visui, qui est in puncto *a*, quod sit posita super *sli*; quod itaque *e* apparebit in loco puncti *l*, et *d* apparebit in loco puncti *s*, manifestum est ex praecedentibus. Nunc autem demonstremus, quod punctus *h* videbitur in puncto *i*, quod apparebit, si ostenderimus quod *hi* est sicut *mn*. Quia igitur proportio *kl* ad *lm* sicut proportio *te* ad *en*, et proportio *kl* ad *lm* ut proportio *ks* ad *mi*, et proportio *te* ad *en* ut proportio *td* ad *hn*, erit proportio *ks* ad *mi* sicut proportio *td* ad *hn*. Permutatim ergo erit proportio *ks* ad *td* ut proportio *mi* ad *hn*, sed *ks* est sicut *td;* ergo *mi* erit sicut *hn*. Rursus protrahantur a punctis *z*, *o* duae perpendiculares *qzr*, *fop* super *bg*, et ostendamus quod punctus *z* super punctum *q* videbitur, et punctus *p* videbitur super punctum *o*, quod demonstratur, si ostenderimus quod lineae *qz*, *zr* sunt aequales, et quod lineae *of*, *po* sunt aequales; videlicet quia proportio *kl* ad *lz* ut proportio *ks* ad *qz*, et proportio *kl* ad *lz* ut proportio *te* ad *er;* proportio autem *te* ad *er* sicut proportio *td* ad *zr*, erit proportio *ks* ad *qz* sicut proportio *td* ad *zr*, et permutatim erit proportio *ks* ad *td* sicut proportio *qz* ad *zr*, sed *ks* est sicut *td;* erit ergo *qz* sicut *zr*. Iterum quia proportio *ks* ad *of* sicut proportio *kl* ad *lf;* proportio autem *kl* ad *lf* sicut proportio *te* ad *eo*, sicut proportio *td* ad *op;* erit proportio *ks* ad *fo* sicut proportio *td* ad *op*, et permutatim erit proportio *ks* ad *td*, sicut proportio *of* ad *op*, sed *ks* est ut *td*, linea ergo *of* erit sicut linea *op*. Rursus propter hoc quia *kt* est maior quam *fo*, et *kt* sicut *ds*, erit utique *ds* maior quam *op*, et punctus *p* propinquior ad punctum *b*, qui est coniunctio axium, quam punctus *d*. Rerum ergo, a quibus procedunt perpendiculares super communem axem, illa cuius casus super ipsum axem propinquior est ad punctum coniunctionis utrorum axium, videtur propinquior ad verum locum suum, et quae sunt a coniunctione axium remotiores, videntur in uno loco a maiore distantia.

Manifestum est etiam ex his quae diximus, quod illud quod de forma magnitudinis apparet, habet consimilem figuram, cum in eam aspexerimus, sed diversitas erit in positione sua tantum. In rotundis quoque rebus contingit id quod exponemus. Sint duo axes *ag*, *bg* (*fig.* 22), et protrahatur super eos circumferentia quomodocumque, sitque *dezhtk*, et protrahantur a punctis *d*, *e*, *z* perpendiculares *dp*, *em*, *fz* super axem *bg*, et producantur ad aliam partem, quousque iungantur cum punctis *h*, *t*, *k*, et transferantur recte et dividatur unaquaeque de *dl*, *kc*, sicut *qp* et unaquaeque de *hn*, *zr* sicut *fz* et *st* sicut *em*. Visus ergo *a* videbit *d* quidem super *l*; *k* vero super *c*, et *e* super *m*, et *t* super *s*, et *z* super *r*, et *h* super *n*. Manifestum est ergo, quod linea concava tota, quae est super *dezhtk*, videbitur super lineam concavam, quae transit per punctos *lmrnsc*. Accidit autem in lineis curvis simile ei quod diximus.

Demonstratum est ergo, quod illud quod cum utrisque oculis tali modo videtur, debet videri in duobus locis sive disgregatis sive coniunctis, cum aspexerimus secundum oppositionem ad eamdem partem sine aliquo laedente aspectum. Natura enim sensibilitatis cum eius motus ad universas partes nimis acutus sit, volvitur circa totam magnitudinem, et utitur coniunctione utrorum axium in valde modico tempore, cum velocitate, cui nulla est similis; et sicut fit in comprehensione rerum remotarum in aperitione oculorum, ita fit etiam velociter in revolutione visus per omnem magnitudinem videndam cum translatione duorum axium ad plures partes rei subiectae, quousque sensus sit cum toto et cum partibus insimul. Partes vero . . . .

. . . .

erit distantiis, eo quod debilitas sensuum plus fit penes coniunctionem.

Universaliter enim cum visibilis radius, quando cadit super res videndas aliter quam inest ei de natura et consuetudine, minus sentit omnes diversitates quae in eis sunt, similiter etiam erit sensibilitas eius de distantiis, quas comprehendit, minor. Videtur autem hac de causa quod de rebus quae sunt in coelo, et subtendunt aequales angulos inter radios visibiles, illae quae propinquae sunt puncto, qui super caput nostrum est, apparent minores; quae vero sunt prope horizontem, videntur diverso modo et secundum consuetudinem. Res autem sublimes videntur parvae extra consuetudinem et cum difficultate actionis secundum id quod praetaxavimus, ubi dictum est quod formae rerum erectarum super specula ad rectos angulos videntur secundum rectitudinem sine proclivitate, et apparent translatae ad eandem partem, ad quam res moventur. Secundum speciem enim doctrinae, quam in eo quod recte apparet, sumimus, et inde cognoscimus rei videndae positionem, ita procedimus et in cognitione loci formae non vere apparentis, cum res congregata videtur recte ex utrisque habitudinibus, illius videlicet, quae subiectae rei est, et eius quae vere apparet, et conservat hanc metam cum eo quod ex utrisque apparet, tamquam si omnes viderentur secundum oppositionem ad partem positionis suae quae apparet. Magnitudo enim recta apparet recta, forma autem vera in distantiis moderatis cum fuerit super unam lineam rectam, et res posita super specula ad rectos angulos, necesse est ut id, quod de situ apparet, inveniatur ex utrisque insimul super unam lineam; et si eadem magnitudo apparuerit erecta super speculi superficiem, et apparitio eius fuerit super unam lineam rectam, rursus videbitur erecta super ipsa superficie, ita quod nulla distinctio sit inter eam et totalem diversitatem, ac si constituerimus res videndas in veris locis, illas videlicet quae ponuntur, secundum quod speculis pertinet de his quae videntur et formis eorum, conservata in unoquoque utrorum locorum meta eius, quod apparet penes rem vere videndam ad prope. Demonstratum est ergo, quomodo fit comprehensio visibilium pyramidum, quae est secundum naturalem cursum, et refertur ad unam et primam comprehensionem virtute et situ; quod fit cum aspexerimus cum utrisque oculis partem rei quae aspicitur cum altero oculorum, et nihil mutetur de naturali motu. Accidit enim actionem istam universaliter fieri, cum utriusque axes, qui virtute sunt proprii oculis, coniuncti fuerint a principio, a quo procedunt per virtutem regitivam ad rem videndam, quae constituit eos super unam et eandem lineam ad situm communis axis inter capita pyramidum, et fit casus radii super illum, cum fuerit unus et idem radii locus, transferatur per virtutem propriam sibi ad ipsas res. Illa enim quae sunt super ipsos axes apparebunt manifeste unum locum obtinere, qui est communis axis; illa vero quae fuerint super ceteros radios, apparebunt in locis, quorum distantia a certo loco eorum est ut distantia axis communis ab axe sibi proprio, nec est quod prohibeat in demonstrationibus, quae attributae sunt speculis, cum comprehensio fuerit per unum oculum et unam comprehensionem ab uno principio, quin fiat secundum unam de his speciebus cum natura earum, ut exposuimus; sit ex congregatione sensibilitatis rerum, quae secundum communitatem apparent. Res enim quae aspiciuntur et comprehenduntur utrisque oculis, apparent per unam ex virtutibus suis continuam cum principio nutus. Ex his igitur quae dici debeant de dubitationibus, quas explicavimus in principiis praepositis, sufficiant nobis quae dicta sunt.

Nunc autem post hac dicamus de formis, quae apparent secundum unamquamque praedictarum specierum simplicibus, utique et illis quae videntur in figuris speculorum, quibus nihil aliud commiscetur in omnibus rebus videndis. Postquam prius locuti fuerimus de coloribus, dicemus ergo de eis sermonem communem, videlicet quod fit etiam in his, quae apparent de formis eorum quaedam diversitas, cum metita fuerit cum eo quod apparet directe; cuius causa est debilitas quae accidit ex reverberatione, et iam diximus, quod hac de causa debiliori aspectu res apparent, et apparet etiam in coloribus earum diversitas ex coloribus speculorum. Visibiles enim radii deferunt secum aliquid ab ipsis coloribus ad res subiectas; verumtamen huiusmodi perscrutatio non debet attribui speculis; quod enim accidit ex reverberatione, est commune quid omnibus rebus obstantibus; quod autem accidit ex colore speculi, est commune his et illis, quae videntur sine fractione radii, quoniam id quod de coloribus videtur, semper mixtum est secundum aliquam proportionem. Similiter etiam in coloribus qui sunt in aere, et qui fiunt ex rebus quas visus penetrat, fit rursus visui sensibilis colorum susceptio. Similis est etiam habitus rerum quae comprehenduntur per ea quae visus penetrat.

De rebus igitur quas demonstrare volumus, constituamus demonstrationes per lineas, non utique secundum species, quae sunt in omnibus propositionibus principiorum de scientia speculorum, cum sint diversae, et indigeant speciali libro, sed secundum posse nostrum, ut pateant formae omnium rerum quae videntur aut recte aut aliter. Oportet autem in memoria retinere in universis quae demonstravimus, id quod nunc dicturi sumus, ne indigeamus illa saepe reiterare, videlicet cum dicimus visum, intelligendum est caput pyramidis radiorum quibus aspicitur, et cum dicimus in superficie speculorum rectam lineam, intelligendus est terminus communis superficiei speculi et superficiei erectae super speculi superficiem ad rectos angulos transiens per radium refractum; et cum dicimus in sphaerico speculo circulum, intelligenda est sectio communis superficiei eius, et superficiei quae transit per radium refractum et per centrum sphaerae; et cum dicimus speculum curvum, intelligendum est speculum, quod visui est oppositum a curva parte sphaerae; et cum dicimus speculum concavum, intelligendum est illud, cuius sphaerica superficies concava est opposita visui.

Postquam igitur haec determinavimus, debemus incipere et dicere quae accidunt in speculis planis, cum in eis inveniantur species omnium quae videntur, secundum quantitatem quidem multitudo rerum quas divisimus, et magnitudines continuarum rerum et distantiae; secundum qualitatem autem et significationes habitus rerum, diversitates motionum et continentiae figurarum et positiones in locis, per quas fit in planis speculis, ut unus visus videat unam formam unius rei si non mutatur, quamvis sit a speculo remota.

Esto linea recta super speculi plani superficiem *abg* (*fig.* 23), sitque visus punctus *d* et res videnda *e*, et visibilis radius qui procedit a *d*, refringatur ad *e* ad aequales angulos, sitque sicut radius *dbe*. Dicimus ergo quod a speculo non refringitur ad *e* alius radius de his qui procedunt a puncto *d* ad aequales angulos. Si vero possibile est hoc, refringatur radius *dze*; quia igitur angulus *abd* maior est angulo *azd*, et angulus *zbe* minor est angulo *gze*, et angulus *abd* aequalis est angulo *zbe*, erit angulus *gze* maior angulo *azd*. Non ergo refringetur radius *dz* super lineam *ze* ad aequales angulos. Manifestum est ergo ex his quae diximus, quod si posuerimus angulum *gzh* sicut angulum *azd*, non coniungentur linea *zh* et linea *be* super alterum punctorum *h*, *e*, neque ad partem eorum, quoniam angulus *zbe* est maior angulo *gzh*. Similiter etiam demonstrabitur, quod si protraxerimus a re videnda, quae est *e*, perpendicularem *et* super *ag*, et produxerimus lineas *et*, *db*, conjungentur in puncto *k*. Quia igitur anguli *dba*, *ebg* sunt aequales, erit angulus *dba* minor recto. Angulus ergo *kbt* ei oppositus erit minor recto, et ideo et quia angulus *ktb* est rectus, eo quod est oppositus angulo *gte*, erit quod ex utrisque angulis *tbk*, *btk* minus duobus rectis. Lineae ergo *et*, *db* iunguntur super punctum *k*. Forma ergo *e*, quam videt visus *d*, est super punctum *k*. Accidit itaque in hoc speculo, sicut id quod recte videtur, eo quod res quae videntur cum uno radio non recto, apparent in uno loco.

Cum aspexerimus aliquid in plano speculo, distantia rei videndae et distantia formae eius a visu aequales sunt. Esto recta linea, quae in plano speculo *abg* (*fig.* 24), et sit visus punctus *d*, res autem videnda punctus *e*, et refringitur radius a visu *d* ad aequales angulos, sitque *dbe*, et protrahatur ab *e* perpendicularis super *ag*, sitque *ez*, et producantur lineae *db*, *ez*, quousque iungantur in *h*. Dicimus ergo quod linea *dh* aequalis est utrisque lineis *hb*, *be* simul acceptis, et *ez* sicut *zh*; quoniam ergo angulus *abd* est aequalis angulo *zbe*, et angulus *zbh* sicut angulus *abd*, quia sunt oppositi; angulus vero qui est penes *z*, est rectus, et linea *bz* communis est duobus triangulis *bzh*, *bze*, erit linea *ez* sicut *zh*, et linea *be* sicut linea *bh*; et si posuerimus *db* communem, erit tota *dbh* sicut utraeque lineae *db*, *be* simul acceptae. Ex his autem quae diximus, dignoscetur quod forma rerum, quarum distantia a visu maior est, maiorem habet distantiam, utpote res quae vere videntur, quanto elongantur, tanto remotiores apparent visui, quod fit secundum quantitatem augmenti longitudinis radiorum. In planis autem speculis, sicut exposuimus, apparent distantiae magnitudinum in rebus, quae vere et recte videntur, sicut apparent in forma quae videtur et in loco suo, et nisi hae constitutiones, quas exposuimus, fuerint observatae, nihil apparebit nobis in his quae recte videmus simile eis, quae in speculis apparent, si etiam aequales angulos subtenderent, aut unum et eundem angulum, sicut in praecedentibus demonstravimus. Constituamus ergo unamquamque positionem, super quam res ponuntur, rectam; per hanc enim positionem solam possibile est hoc et in sphaericis speculis non differri nec defraudari in rebus videndis et formis earum ab his quae diximus. Res quoque quae non ita se habent, nec facilis est in eis ratiocinatio, nec existunt sicut diximus, rectam vero positionem dicentes illam sentimus, ut visibilis radius, qui cadit in medium lineae, quae copulat utrosque terminos quantitatis rei videndae, contineat cum eo duos angulos rectos, et hic est situs adversus, qui fit secundum oppositionem. Dicimus autem distantias aequales, cum super medium linearum, quae copulant terminos magnitudinum videndarum, procederint a visu aequales radii.

Esto linea recta *abg* (*fig.* 25) in plano speculo, et visus sit *d*, linea vero, quae copulat utrosque terminos rei videndae *ez*, et habeat situm, ut cum perpendicularis quae est *bd*, producta fuerit ad lineam *ag*, dividat eam in duas aequales partes, et haec est positio secundum oppositionem. Refringantur quoque radii procedentes ad aequales angulos super *e*, *z*, ut *dh*, *he*, *dt*, *tz*, et protrahantur a punctis *e*, *z* duae perpendiculares super *ag*, et sint *ea*, *zg*, et producantur hae duae perpendiculares, quousque iungantur cum duabus lineis *dk* et *dt*, eum fuerint protractae super punctos *k*, *l*, et copuletur linea *kl*; in puncto ergo *k* erit forma puncti *e*, et in puncto *l* erit forma puncti *z*; linea autem *kl* copulabit utrasque extremitates formae rei. Manifestum est ergo ex his quae diximus, quod cum anguli figurae *a*, *g*, *e*, *z* fuerint recti, oportet ut *ag* sit sicut *ez*, et *ae* sicut *gz*. Diximus quoque in praetaxatis principiis, quod *ae* est ut *ak*, et *gz* sicut *gl*; totum ergo *eak* est sicut totum *zgl*, et *kl* sicut *ez*, et duo anguli, qui sunt penes punctos *k*, *l*, sunt recti. Erit ergo positio lineae quae copulat terminos formae rei videndae sicut diximus, et erit *ez* coaptata super *kl* in eo quod apparet visui *d*, et erit distantia eius secundum oppositionem, et similis distantiae et positioni eius, et continebit eam unus et idem angulus, qui est *kdl*, quem res videnda videbatur subtendere secundum positionem rerum, quas praeposuimus; formae enim rerum, quas aequales anguli continent, cum fuerint per omnia aequales, debent universaliter apparere aequales. In planis speculis apparet figura formae rei quantitatem habentis, similis figurae verae rei, si esset posita in loco visibilis radii sine reverberatione.

Esto figura (*fig.* 26) habens aequidistantia latera et angulos rectos *abgd*, et dividantur latera eius in duas aequales partes in punctis *e*, *z*, *h*, *t*, et protrahantur ibi duae lineae *ekh*, *zkt*, et constituantur duae circumferentiae transeuntes per punctum *z*, quarum altera sit curva versus speculum et radium refractum, et sit *lzm*; altera vero circumferentia sit concava similis illi, et sit *nzs*, ita ut *kz* sit perpendicularis super eas, sicut accidit in situ erecto; sitque linea *ekh* super speculum planum, et radius visibilis secundum directionem lineae *kz* ad partem in qua est res videnda, et protrahantur duae lineae *ae*, *dh*, ita ut sint lineae *eo*, *hf* aequales lineis *el*, *hm*, et ponantur lineae *eq*, *hr* aequales lineis *en*, *hs*. Manifestum est ergo ex his quae prius exposuimus, quod forma lineae *bg* recte videbitur super lineam *atd*, et forma curvae circumferentiae *lzm* videbitur super *fto;* forma autem concavae circumferentiae *szn* apparebit super *qtr*, et linea *atd* est recta, quoniam lineae *ea*, *kt*, *hd* sunt aequales; omnes enim anguli sunt recti; linea quoque quae transit per punctos *otf* est curva, linea vero quae transit per punctos *qtr*, est concava, quoniam visibilis radius, qui est super directionem lineae *kz* perveniens ad punctum *t*, est erectus super omnes formas linearum; radii vero qui procedunt ad terminos linearum et universas partes earum, sunt obliqui, et proportiones eius quod ex eis ad *a* et *d* pervenit, ad illud quod pervenit ad *t*, sunt maiores quam proportiones eius quod ex eis ad *q*, *r* pervenit, ad id quod pervenit ad *t;* et minores sunt quam proportiones eius, quod ex eis ad *o* et *f* pervenit, ad illud quod pervenit ad *t*. Magnitudines autem linearum, ad quas, cum a visu producti fuerint radii, proportio obliquorum ad erectos maior fuerit, et situs linearum oppositus, videbuntur curvae; in quibus autem huiusmodi proportio minor fuerit, videbuntur concavae. Linea ergo *atd* erit curva, cum curvabitur et fuerit super *otf;* erit autem concava, cum curvabitur et extiterit super *qtr*, et linea *atg* est recta. Universaliter autem linea *otf* est curva; linea vero *qtr* concava.

Quod igitur unaquaeque huiusmodi figurarum necessario debet videri super unam lineam, manifestum erit ex ipso effectu. Patet etiam naturaliter, quod formae magnitudinum continuarum coaequales partes habentium, quarum totalitas figurarum aequalis est, cum fuerint in speculis stabilibus in eodem habitu et non fuerint confusae, habent formam unius imaginis simplicis. In situ enim huiusmodi rerum continuas partes habentium non sunt aliae partes in aliquo magis praecipuae quam aliae.

Possibile est autem nobis cum his quae diximus, dignoscere hoc mathematice faciliter; videlicet si copulaverimus lineas *nz*, *qt* (*fig.* 26), et signaverimus super circumferentiam *nz* concavam punctum *y*, et posuerimus quod forma eius sit super lineam rectam, quae est *qt*, et protraxerimus lineam aequidistantem lineae *ab:* erit proportio *aq* ad *px* sicut proportio *at* ad *tp*, et proportio *bz* ad *iz* sicut proportio *bn* ad *ci*, et linea *at* aequalis lineae *bz*, et linea *pt* aequalis lineae *iz*, et linea *aq* aequalis lineae *bn*. Erit ergo linea *px* aequalis lineae *ic*, et linea *pu* aequalis lineae *iy*. Remanet ergo linea *xy* aequalis lineae *cu*, et linea *yi* maior quam linea *xu*. Non ergo in puncto *x* apparebit forma *y*, distantia vero *y* a puncto *x* est sicut distantia *u* a puncto *c*, erit ergo hic punctus super lineam concavam. Similiter si posuerimus qualemcumque lineam copulantem duos punctos formae, impossibile est super eam incidere formam cuiuslibet de circumferentia curva, nec de circumferentia concava.

In planis speculis videtur locus formae in ea parte, qua et res vera, cuius est forma, et cum res videndae declinaverint ad aliquam partem, declinant formae earum, sicut apparet oculo, ad eamdem partem. Sit in speculo plano recta linea *abg* (*fig.* 27), et visus sit *d*, res autem videnda *ez*, et refringantur a visu *d* duo radii ad aequales angulos ad punctos *e*, *z*, et sint *dae*, *dbz*, et protrahantur *da* et *db* recte, quousque iungantur cum duabus perpendicularibus cadentibus super *ab* a punctis *e*, *z* super punctos *h*, *t* , et copuletur linea *ht*. Punctus ergo *e* videbitur in loco *h*, et punctus *z* in loco *t*. Loca vero apparitionis istarum duarum formarum sunt in partibus illis, in quibus sunt duae res vere; protrahatur autem linea *ez* recte; quousque pervenerit *z* ad *k*, et refringatur ad *k* a puncto *d* ad aequales angulos radius *dgk*; et protrahatur linea *dg*, quousque iungatur cum perpendiculari cadenti a puncto *k* super punctum *l* in linea *ag*. Forma ergo quae apparebat penes *t*, translata est ad *l*, et haec translatio fit ad partem, in qua translata est res vera, videlicet *z*, quae translata est ad locum *k*. Si ergo verbi gratia animadverterimus, quod unaquaeque de *zk* et *bg* sit supra visum, forma utique *tl* apparebit in superiori ab oculo parte, et videbitur hoc concordans rei quae vere videtur, et apparet quod sublimius supra et quod inferius subtus. Res enim quae recte apparent, ita videntur, videlicet quod sursum sursum, et quod deorsum deorsum. Visibilis enim radius sublimior videt quod sursum, inferior autem videt quod deorsum; et si existimaverimus unamquamque de *kz*, *bg* a dextris visus, erit iterum forma *tl* in dextra parte, et transferetur *t* ad *l* in dextram partem. Tamen putabitur quod forma *l* sit dextra, et forma *t* sinistra; rerum enim quae recte apparent facies, cum fuerint oppositae faciei nostrae aequidistantes ei, non fit situs dextrae earum, dexter, nec sinistrae sinister, sed e converso. Huiusmodi autem fallacia non est a speculo, sed ex opinione. Res ergo quae est in loco *z* et videtur per dextrum radium, apparet in dextra parte nostra, et cum movebitur punctus *z*, apparebit punctus *t* moveri secundum sequentiam principiorum, quae iam praeposuimus.

Hoc autem simile est his quae apparent in rebus, quae recte videntur, videlicet quod ea quae videntur per radios dextros, apparent a dextra parte nostra, et quae per sinistros, a sinistra; et quia id quod est a dextris nostris, de re cuius facies est opposita faciei nostrae, est a sinistris rei nobis oppositae, formae vero facies est opposita faciei aspicientis eam; oportet ut cum id, quod succedit puncto *t*, fuerit forma rei dextrae, et videbitur a sinistra parte nostra, arbitretur mens esse sinistrum, quoniam videtur per radium quem diximus, et est sinistrum rei, cuius facies opposita est rei verae. Formas quidem quae apparent in planis speculis, possibile est cuilibet cognoscere per ea quae demonstravimus non differri a subiectis rebus, quae recte videntur, de his quae comprehenduntur, et quod habitus utrorum similes sint.

Quia vero sequitur ea quae diximus, contemplatio eius quod accidit formis, quae apparent in speculis curvis et concavis, primo debemus dicere, quod in his duabus speciebus accidunt plura diversa ab his quae recta apparent, quod quidem videtur in planis speculis. Fere omne videtur simile apparere illi quod recte videtur, sicut in praecedentibus demonstravimus. Rectam enim lineam accidit esse tamquam rem mediam inter alias duas figuras, curvam videlicet et concavam, et est in ordine aequi. Hae autem duae figurae sunt in ordine rei non aequae, et sunt ad invicem contrariae, et contrariae ad lineam rectam. Quapropter oportet considerare praeponendam esse rectam lineam lineis curvis et circumferentiis, tam in natura quam in dignitate; huiusmodi enim lineae curvae primae simplices, quarum una est constitutio, fiunt ex lineis rectis, et sicut plana specula maiorem aliis proprietatem obtinent in observanda ordinatione, ita et specula curva habent a visu maiorem concavis proprietatem in observanda ordinatione. Superficies enim, de qua fit reverberatio, semper est in speculis curvis inter centrum sphaerae et visum; superficies autem speculi concavi numquam erit in aliquo tempore in loco quem diximus. Diversitates etiam quae fiunt inter illud quod apparet secundum directionem curvorum speculorum, minores sunt quam illae quae sunt inter illud et concava specula; qua de causa praeponendus est sermo de curvis speculis, cum contemplatio eorum sit levior contemplatione concavorum.

In curvis enim speculis aspicienti cum uno oculo semper videtur una forma, et apparet infra speculum; super sphaeram autem, de qua speculum constitutum est, numquam in aliquo tempore videbitur. Esto igitur sectio circuli qui in curvo speculo, et sit *abgd* (*fig.* 28), cuius centrum sit *e*, et visus punctus *z*, et res videnda *h*, et refringatur a *z* ad *h* radius ad aequales angulos, et sit *zbh*. Dicimus ergo, quod non refringitur ad eum alius radius ad aequales angulos; quod si possibile est, sit radius *zgh* et producatur linea *tbgk*, et quia angulus *zbt* est maior angulo *zgt*, et angulus *zgt* maior est angulo *zga*, erit utique angulus *zba* multo maior angulo *zga*. Sed angulus *zba* est ut angulus *hbd*; angulus ergo *hbd* maior est angulo *zga*, et angulus *hgt* maior est angulo *hbg*; angulus ergo *hgd* multo maior est angulo *hbd*. Non ergo refringitur *zgh* ad aequales angulos. Et manifestum est, quod si posuerimus angulum *zga* aequalem angulo *dgl*, non iungentur lineae *bh*, *gl* ad partem *h*, *l*, quoniam angulus *tgz* maior est angulo *kgl*, et angulus *tbz* maior est angulo *tgz*, et angulus *kbh* maior est angulo *tbz*; angulus ergo *kbh* maior est angulo *kgl*. Non ergo iunguntur lineae *bh*, *gl* ad illam partem, qua sunt puncti *h*, *l*. Rursus protrahantur lineae *hme*, *zb*, et iungantur in puncto *m*. In puncto igitur *m* solo videbitur forma *h*, propter principia quae praetaxavimus, et erit semper inter rem videndam et *e*, qui est centrum circuli, quoniam linea quae procedit ab *e* ad *b*, dividit angulum *zbh*. Cum ergo fuerit producta linea *zb*, secabit *he*, et debet esse retro speculum. Speculum enim est inter visum et coniunctionem praedictarum linearum. Quod quidem forma rei videndae sit secundum quod diximus, et quod apparet inde secundum quod arbitrati sumus, certum est.

Coniunctio autem in qua apparet forma, non semper est inter superficiem speculi et centrum sphaerae. Possibile est enim coniungi praedictas duas rectas lineas in ipsa superficie speculi, et iungi iterum inter superficiem speculi et rem videndam.

Rursus esto sectio circuli, qui in curvo speculo, circumferentia *bg* (*fig.* 29), et sit circumferentia ista minor sexta parte circuli, et producantur duae lineae *ebt*, *egk*, et refringatur *zb* ad aequales angulos ut *zbl*. Dicimus ergo quod *bl*, cum producta fuerit, obviabit *egk* in parte punctorum *k*, *l*, et quia circumferentia *bg* minor est sexta parte circuli, erit angulus *beg* minor duabus partibus recti anguli, et angulus *ebg*, qui est sicut angulus *zbt*, maior est quam duae partes anguli recti. Angulus vero *zbt* aequalis est angulo *tbl*; angulus quoque *tbl* maior est angulo *beg*; lineae ergo *bl*, *ek* conveniunt in illa parte, in qua sunt puncti *k*, *l*. Iungantur itaque in puncto *m*. Si ergo opinati fuerimus, quod visus sit *z* et res videnda *m*, erit forma eius super punctum *g*, qui est in superficie speculi.

Rursus in simili figura protrahatur linea *ek*, et non transeat per punctum *g*, sed secet lineam *hb* in puncto *k*, et sit angulus *bem* minor angulo *ebg*, qui est maior quam duae partes recti anguli. Quia igitur angulus *ebg* maior est angulo *bem*, et angulus *ebg* sicut angulus *zbt*, et angulus *zbt* sicut angulus *tbl*, maior quam angulus *bem;* lineae ergo *bl*, *ek*, cum productae fuerint ad partem punctorum *l*, *k*, iungentur in puncto *m*, forma ergo puncti *m* apparebit visui *z* in puncto *k*, qui est inter speculum et rem videndam; et si punctus *k* posset cadere inter visum et speculum, appareret utique forma ante speculum, sicut accidit in concavis speculis. Sed quia punctus *b* semper necessario tegit punctum *k*, oportet ut speculum appareat ante formam, cum visus tunc non dividat inter superficiem interiorem et superficiem exteriorem, et oportet ut forma sit retro superficiem.

In speculis curvis distantiae rei videndae ab aspiciente et a superficie speculi maior est quam distantia formae rei videndae. Esto sectio de circulo, qui est in curvo speculo, et sit *abgd*, centrum autem circuli *e*, et visus *z*, et res videnda *h*, et refringatur ad rem videndam visibilis radius *zbh* ad aequales angulos, et copulentur duae lineae *eb*, *eh*, et producatur *bz* quousque obviaverit *eh* in puncto *t*. Erit igitur forma puncti *h* in loco *t*. Dicimus ergo quod lineae *bz*, *bh* maiores sunt linea *zbt*, et *gh* maior quam *gt*. Protrahatur itaque a puncto *b* linea tangens circulum, et sit *kbl*, et quia angulus *abz* aequalis est angulo *dbh*, et angulus *abk* ut angulus *dbl*, remanet angulus *kbz*, qui est sicut angulus *lbt*, ut angulus *lbh;* angulus vero *lbt* est acutus, quoniam angulus *ebl* est rectus, et angulus *blh* maior est angulo *blt*. Linea ergo *bh* maior est linea *bt;* sitque linea *zb* communis, erunt ergo lineae *zb*, *bh* maiores quam linea *zbt;* et quoniam proportio *bh* ad *bt* sicut proportio *lh* ad *lt*, erit etiam linea *lh* maior quam linea *lt*. Quanto magis ergo superat *gh* lineam *gt*!

Ex his etiam quae diximus, demonstrabitur leviter, quod forma rerum, quarum augetur distantia, et aliae remotiores sunt aliis, remotior fit, et distantia eius apparet maior. Protrahatur ergo linea *bh* ad *m*, et copuletur linea *em*, et producatur linea *zbt*, quousque obviaverit lineae *em* in puncto *n*. Si ergo posuerimus quod *h* sit aliud quam *m*, et quod *m* sit remotior quam *h*, erit utique *n*, qui est forma *m*, remotior quam *t*, qui est forma *h*, a visu *z*; et si posuerimus quod *h* sit *m*, sed distantia sit augmentata in translatione eius ab *h* ad *m*, erit iterum forma eius remotior, cum sit translata a *t* ad *n*.

In speculis curvis formae rerum, quarum situs est ut illa quam diximus in planis speculis, ubi lineae quae copulant terminos rei videndae sunt recte positae, apparet minor quam magnitudo ipsarum rerum, si essent in illo loco quo forma, et secundum ipsum situm et distantiam, et aspiceretur sine reverberatione. Esto sectio circuli, qui in speculo curvo, et sit *abg* (*fig.* 32), et centrum eius *d*, visus autem *e*, et protrahatur a puncto *e* perpendicularis *ebd*, sitque linea copulans terminos rei videndae *zh*; et sit situs rei videndae talis, ut linea *ebd* secet lineam *zh* in duas aequales partes ad rectos angulos, secundum quod existit res opposita, et producantur a puncto *e* duo radii refracti ad *z* et ad *h* ad aequales angulos, et sint *eaz*, *egh*, et copulentur lineae *dz*, *dh*, et producantur *eg*, *ea*, quousque obviaverint lineis *hd*, *zd* in punctis *lt*; copuletur linea *lt*. Secundum principia ergo quae praeposuimus, debet videri forma *z* in loco *t*, et forma *h* in loco *l*, et erit linea *lt* illa quae copulat terminos formae rei videndae, et positio eius sicut positio *zh*; et quia distantia puncti *e*, qui est visus, ab unoquoque de punctis *z*, *h*, est sicut distantia alterius ab altero causa similitudinis eorum in positione, erunt utique anguli, qui sunt penes reverberationes quae ad illos fiunt, aequales, et distantiae punctorum *t*, *l*, qui sunt super formam quae apparet in speculo, erunt a puncto *e* aequales, et erunt lineae *et*, *el* aequales, et anguli *etk*, *elk* aequales, et anguli *tek*, *kel* aequales. Trianguli ergo *ekt*, *ekl* erunt aequales, et aequales habebunt angulos; anguli vero, qui sunt penes *k*, sunt recti, linea ergo *tl* aequidistans est lineae *zh*, et ideo erit proportio *dh* ad *dl* sicut proportio *zh* ad *tl*. Linea vero *dh* est longior linea *dl;* linea ergo *zh* longior est linea *tl*, et si transferretur linea *zh* ad locum lineae *tl*, appareret utique visui *e* sine refractione per angulum maiorem angulo *tel*, quem subtendit *tl*, et hoc concordat his quae praeposuimus.

In curvis speculis apparent oppositae lineae rectae quidem curvae.

De circularibus autem illa, cuius curvitas est versus speculum et radium fractum, apparet curva; cuius autem concavitas est versus speculum, quandoque videtur curva, quandoque recta, et quandoque concava. Esto sectio circuli in curvo speculo *abg* (*fig.* 33), et centrum eius *d*, et visus *e*, sitque perpendicularis cadens ab aspiciente super speculum *ebd;* et constituantur a lateribus puncti *b* duae circumferentiae aequales *ba*, *bg*, et refringantur a visu *e* duo radii cadentes super punctos *a*, *g* ad aequales angulos, et sint *eaz*, *egh*, et tangant circulum in puncto *b* lineae, quarum recta sit *tbk*, circularis autem, cuius curvitas est versus speculum et radium refractum, sit *zbh*, et copulentur lineae *td*, *kd*, *zd*, *hd*, quibus iungantur lineae *ea*, *eg* super punctos *l*, *m*, *n*, *s*. Erit ergo forma puncti *t*, quae est extremitas rectae lineae, in *l*, et forma puncti *k* in *m*, et forma *z*, quae est extremitas curvae lineae in *n*; forma autem *h* in *s*. Manifestum est ergo, quod ex utrisque similis punctus *b* apparebit in loco *b*, quoniam ibi conveniunt superficies speculi et visibilis radius. Curvitas autem circumferentiae *abg* est versus visum *e*, et formae linearum simplicium, quae sunt ex una linea, sunt rursus una linea ex una specie. Visus ergo videt utrasque lineas, quae transeunt per punctos *l*, *b*, *m* et punctos *s*, *b*, *n* curvas, cum habeant maiorem curvitatem quam circumferentia *abg*. Tamen circumferentia *sbn* magis erit curva quam *lbm*; et cum fuerint res oppositae visui, et proportio linearum proclivium quae exeunt a diametro, fuerit maior quam consimiles ad erectas, cum aspicitur ipsa res recte, linea quae transit per punctos *l*, *b*, *m* et est forma lineae *tbk* rectae, erit curva. Similiter etiam linea, quae transit per punctos *n*, *b*, *s*, et est forma lineae *zbh* curvae, erit curva.

De linea autem quae aspicitur, si fuerit concava, qualiter possibile sit ut secundum quantitatem longitudinis perpendicularis cadentis inter lineas, quae continent circulos, forma eius quandoque appareat curva et quandoque concava et quandoque recta, potest sic demonstrari. Esto sectio circuli in curvo speculo *abg* (*fig.* 34), cuius centrum sit *d*, et visus *e*, et perpendicularis *ebd*, et describatur circumferentia circuli transiens per punctos *ag* et secans perpendicularem *be*, quae sit *azg*, et sumantur a lateribus *z* duae aequales circumferentiae, et sint *zh*, *zt*, et refringantur ad *h*, *t* duo radii a puncto *e* ad aequales angulos, et sint *ekh*, *elt*, et copulentur *dt*, *dh*, et iungantur lineis *ek*, *el*, cum fuerint productae ad punctos *m*, *n*. Videbitur ergo *h* in *m* et *t* in *n*, puncti autem *a*, *g* videbuntur in locis suis. Possibile quoque est punctos *m*, *n* quandoque esse inter circumferentiam *abg*, quae est circumferentia speculi, et lineam rectam, quae copulat punctos *a*, *g*; quandoque vero super ipsam rectam lineam, et quandoque inter eam et *d*, qui est centrum sphaerae, secundum profunditatem concavitatis circumferentiae *azg*. Et manifestum est, quod huiusmodi formae cum fuerint super unam lineam, et fuerint puncti *m*, *n* supra lineam rectam, quae copulat punctos *a*, *g*, visus *e* videbit curvitatem eius versus se, et cum fuerint puncti *m*, *n* super ipsam lineam, videbitur recta, et cum fuerint remotiores ab *e*, videbitur concava. Quod erit manifestum ex constitutione formae, proportionibus radiorum declinantium et ab illa extensorum ad radios rectos.

In curvis speculis apparet forma rerum in illa parte, in qua est res vere, et cum res videndae translatae fuerint ad aliquod laterum, figura eius transfertur ad eamdem partem. Esto sectio circuli in curvo speculo *abg* (*fig.* 35), cuius centrum sit *d*, et visus *e*, et res videnda a lateribus visus in punctis *h*, *z*, et refringantur ad eos duo radii ad aequales angulos, et sint *eaz*, *ebh*, et protrahantur lineae *dz*, *dh*, et iungantur eis cum protractae fuerint *ea*, *eb* in punctis *t*, *k*. Videbitur ergo *z* in loco *t*, et *h* in loco *k*, et unusquisque eorum in ea parte, in qua est res vera, cuius est forma. Transferatur itaque *h* ad *l*, et refringatur ad eum per aequales angulos radius *egl*, et protrahatur linea *dl*, et obviet ei, cum producta fuerit, linea *eg* in *m*. Forma ergo, quae est in puncto *k*, translata est ad *m*; translata est ergo ad illam partem, ad quam res vera. Oportet itaque ex causis quas praeposuimus in his quae diximus de forma, quae videtur in planis speculis, si constituerimus punctos *h*, *l* super visum; puncti utique *k*, *m*, qui sunt formae *h*, *l*, debent videri super visum, et magnitudo quae est inter eos, apparebit supra visum; et si posuerimus h, l a dextris visus, erunt formae eorum qui sunt k, m, a dextris nostris, et sic indicabitur de sinistra parte. Tamen non videbitur hoc eo modo, quo videntur res, quarum facies sunt oppositae nostris, sed putabuntur esse sinistrae quae sint dextrae, propter consuetudinem quae est in rebus quae vere sunt oppositae faciei, sicut iam diximus.

Et oportet ex his quae diximus, ut in curvis speculis sint diversitates in numero et positione et translatione prope ea, quae fuerint in rebus quae recte videntur. Demonstratum est enim, quod ibi forma unius rei una est, et forma rerum videndarum supra caput sunt illic, et quando res vere transferuntur ad aliquam partem, formae earum transferuntur cum illis ad eandem partem. De diversitatibus autem quae fiunt in quantitatibus magnitudinum et distantiarum, et in qualitatibus figurarum, maior pars non habet illam habitudinem, quae est in his quae recte videntur, propter causas quae conveniunt generalibus principiis praedictis. Invenimus enim formas magnitudinum aequalium in distantia et situ a rebus veris minores, quum anguli qui eas continent, minores sunt, et invenimus formas non semper observare ordinationem rerum quae verae sunt; proportio enim radiorum obliquorum ad rectum radium non fit necessario secundum habitudinem eorum in rebus, quae recte videntur. Si etiam quaedam de formis rerum essent in figura similes figurae rei quae videtur in toto, et non essent similes secundum maius et minus, ut formae rerum curvarum, quae semper videntur dissimiles a rebus; similiter etiam et concavae. Distantiae autem videntur minores; radius enim qui pervenit ad formam, minor est quam ille qui pervenit ad veram rem, et inde iudicabitur de re, quae recte videtur; exinde quoque iudicabitur de quantitatibus et figuris et distantiis, postquam omnia reliqua coaequata fuerint.

SERMO QUARTUS

De Opticis Tholomaei.

Cum igitur in praecedenti sermone sufficienter locuti simus de principiis et taxatis conditionibus, quibus indigetur et necessaria est scientia eorum in speculis, et intimaremus habitus formarum, quae apparent in speculis planis et curvis, et diceremus quae oportet in eis accidere de universis rebus videndis, debent illa sequi in praesenti sermone reliqua eorum, quae exponere promisimus de speculis.

Dicamus ergo ea quae accidunt et apparent in ultimo genere speculorum simplicium, quae non sunt composita, videlicet de speculis, quorum superficies visui subiacens est concava, et procedamus in hoc secundum quod in aliis processimus; et rursus demonstremus hic primo quod possibile est in concavis speculis fieri reverberationem unius et eiusdem visibilis radii, quandoque ex universis partibus, et quandoque ex universis partibus circuli perfecti de circulis eius, quandoque vero ex tribus locis eius vel de duobus tantum, aut non refringi ab aliquo loco eius. Oportet ergo ut distinguamus et explicemus in quo loco fit unumquodque praedictorum, et quandoque debet fieri forma quarumdam refractionum secundum quemlibet modum de his quae praeposuimus.

Dicimus ergo quod reverberatio ab universa superficie speculi fit ita. Esto sectio circuli in speculo concavo, quae est *abg* (*fig.* 36), cuius circuli sit centrum *d*, et protrahatur in speculum perpendicularis *bd*, sitque visus punctus *d*, et sit punctus *e* medium aspicientis, et constituatur in superficie ista super centrum *d* circumferentia *zeh*, secans latitudinem aspicientis, et protrahantur duae lineae *azd*, *ghd*. Erunt ergo perpendiculares super speculum. Omnes igitur radii cadentes a puncto *d* super circumferentiam *abg* refringuntur in se ipsos ad punctum *d*, et comprehenduntur et sentiuntur per loca, super quae cadunt a visu radii similes *da*, *db*, *dg*, et comprehenduntur et sentiuntur per punctos *e*, *z*, *h*. Accidit quoque similiter in universis partibus speculi, quae sentiuntur per basem visibilis pyramidis. Si enim existimaverimus, quod superficies *adg*, cum volvitur circa axem *bd*, constituat pyramidem, erit quod videbitur in tota superficie speculi forma aspicientis, quae est una, et videbitur penes superficiem. Radii enim qui protrahuntur a puncto *d* ad superficiem speculi, et perpendiculares quae inde super eos a speculo refringuntur, conveniunt in loco omnibus communi et superficiei, de qua fit reverberatio, et haec superficies est illa quae terminat loca formae. Universaliter autem fit reverberatio in huiusmodi speculis a circulo secundum hanc positionem.

Describatur circulus *abgd* (*fig.* 37), cuius diameter sit *bed*, et signentur super *bed* duo puncti ex lateribus puncti *e*, qui est centrum, et sint *z*, *h*, sitque *ez* sicut *eh*, et transeat per punctum *e* diameter erectus super diametrum *bed* ad rectos angulos, et sit *aeg*, et copulentur lineae *za*, *ah*. Quoniam ergo *ze* est sicut *eh*, et linea *ae* est communis, et anguli qui sunt penes *e* recti, erit angulus *zae* sicut angulus *eah*. Erunt ergo lineae *ah*, *az* refracti ad aequales angulos. Similiter etiam refringitur a puncto *g*, et si opinati fuerimus *abgd* sectionem esse circuli, qui est in concavo speculo, et quod superficies *azh* volvitur circa diametrum *bd*, punctum utique *a*, describit in speculo circulum, et refringuntur omnes radii, qui procedunt super hunc circulum simili refractione qua refringuntur *zah*.

Rursus si posuerimus *ze* (*fig.* 38), maiorem quam *eh*, dicimus impossibile esse radium refringi a puncto *a* ad punctos *z*, *h* ad aequales angulos. Quoniam si diviserimus lineam *ez* in puncto *t* aequalem lineae *eh*, et copulaverimus *ta*, erit angulus *eah* sicut angulus *eat* propter ea quae demonstravimus; angulus vero *eaz* maior est angulo *eah*; impossibile est ergo refringi radium a puncto *a*.

Rursus dicimus quod impossibile est illum refringi a puncto inter *a*, *d* (*fig.* 39) ut a puncto *k*. Cum enim copulaverimus lineas *kh*, *ke*, *kz*, quoniam anguli *ekh*, *ekz*, debent esse aequales, erit proportio *ze* ad *eh* sicut proportio *kz* ad *kh*, sed *ze* maior est quam *eh*; erit ergo *zk* maior quam *kh*, maior videlicet quam maior, quod falsum est. Non ergo refringitur inter *z*, *h* a puncto *k* radius ad aequales angulos.

Volumus demonstrare quod in circumferentia existente inter punctos *a*, *b* est punctus, a quo fit reverberatio ad aequales angulos. Ita videlicet ponatur proportio augmenti *ze* super *eh* ad *eh*, sicut proportio *zh* ad lineam quae sit maior quam *hb* ut *kh*, et protrahatur linea *kl* tangens circulum *abg* in puncto *l*, et copulentur lineae *lz*, *lh*. Dicimus ergo quod *hlz* refringitur ad aequales angulos. Transeat per punctum *e* linea in *men* aequidistans lineae *kl*, et iungatur linea *lh* cum producta fuerit in *n*, et copuletur *el* et dividatur *et* sicut *eh*. Quoniam ergo proportio *zh* ad *kh*, sicut proportio *zt* ad *et*, quae est sicut *eh*, et permutatim erit proportio *kh* ad *eh* sicut proportio *kz* ad *ze*; sed proportio *kh* ad *eh*, est sicut proportio *kl* ad *en*, et proportio *kz* ad *ez* sicut proportio *kl* ad *em*; erit ergo proportio uniuscuiusque linearum *em*, *en* una et eadem, sunt igitur aequales. Linea autem *le* est communis, et duo anguli utrorum triangulorum, qui sunt penes *e*, sunt recti, quoniam angulus *kle* rectus est. Erunt ergo anguli *eln*, *elm* aequales.

Item si non fuerit proportio, sicut diximus, sed posuerimus proportionem *zt* (*fig.* 41) ad *te* sicut proportionem *zh* ad *bh*, dicimus quod non refringitur a puncto qui est inter punctos *a*, *b*, ad *zh* radius ad aequales angulos; quod si possibile est, refringatur a puncto *l*. Si ergo copulaverimus in simili praepositae figurae lineam *lb*, et protraxerimus lineam aequidistantem lineae *lb*, et fuerit *men*, manifestum est per ea quae exposuimus, quod *me* est sicut *ne*; quia ergo angulus *mlh* divisus est in duas partes aequales per lineam *le*, erit *ml* sicut *ln*, et linea *le* est communis; anguli vero, quos continent aequalia latera, sunt aequales, et ideo anguli *mel*, *len* erunt recti, et angulus *ble* erit rectus, quod est impossibile. Erit autem magis impossibile, si punctus, qui est terminus lineae, in qua est proportio, fuerit inter punctos *b*, *h*.

Manifestum est ergo generaliter quod si *ez* (*fig.* 42) fuerit maior quam *eh*, et proportio *kz* ad *ze* sicut proportio *kh* ad *eh* in universis speculis concavis, qui constituuntur super centrum *e* et per distantiam maiorem quam *eh* et minorem quam *ek*, debet refringi inter *z*, *h* radius ad angulos aequales a meta communi speculo et circulo constituto super diametrum *ke*. Esto igitur punctus super lineam *kh*, videlicet *b*, et describatur super centrum *e* per distantiam *eb* sectio circuli, et sit *abg*, existentis in speculo concavo, et secet medietatem circuli *kle* in puncto *l*. Dicimus ergo, quod reverberatio erit inter punctos *z*, *h* a puncto *l* ad aequales angulos; quoniam cum copulaverimus lineas *kl*, *el*, erit angulus *kle* rectus, quia est in medietate circuli *kle*, et quia est penes circumferentiam circuli *abg*, et linea *kl* tangit circulum *abg*, cum sit erecta super lineam *el*, quae procedit a centro *e* ad rectos angulos. Manifestum est ergo, quod unusquisque radiorum duorum, qui procedunt a puncto contiguationis ex punctis *z*, *h*, refringitur super alterum ad aequales angulos sicut *zle*, *elh*; et oportet ex his quae diximus, ut si *lh* fuerit perpendicularis super *ek*, linea utique *zl* tangat circulum *kle* in puncto *l*, et angulus *zlh* maior sit universis angulis, ex quibus fit reverberatio. Sit enim centrum circuli *kle* punctus *t*, et copuletur linea *lt*; quia ergo *et* est sicut *tl*, erit angulus *tle* sicut angulus *tel*, sed angulus *tel* est aequalis, eo quod ex angulis *lze*, *elz*, angulus ergo *tle* est aequalis angulis *ezl*, *elz* in simul, et angulus *elz* sicut angulus *elh*; restat ergo angulus *tlh* sicut angulus *lzh*, fitque angulus *hlz* communis; erit ergo totus angulus *tlz* sicut anguli *ezl*, *zlh* simul. Si hi duo anguli simul sunt sicut angulus rectus, quoniam angulus, qui est penes *h*, est rectus, et angulus ergo *tlz* est rectus, et linea *lz* tangit circulum *kle*; angulus ergo *zlh* maior est consorte de angulis, ex quibus fit reverberatio.

Quod igitur cum reverberatio fuerit a quolibet loco de qualibet medietatum circuli ad aequales angulos, impossibile est illam fieri ab alio loco de medietate circuli; manifestum erit hoc modo, videlicet, si possibile est, refringantur radii *zl*, *lh*, *zs*, *sh* (*fig.* 43), et copulentur lineae *el*, *es*. Quoniam ergo utrique anguli divisi sunt per duas medietates, erit unaquaeque, de proportione *zl* ad *lh*, et proportione *zs* ad *sh*, sicut proportio *ze* ad *eh*, et erunt aequales, et permutatim erit proportio *zs* ad *zl* sicut proportio *sh* ad *lh*; sed linea *zs* est minor quam linea *zl*, linea ergo *sh* erit minor linea *lh*, quod est falsum. Similiter etiam demonstrabitur quod diximus, et in alia medietate circuli, quia si refringetur radius ad aequales angulos ut a puncto *l*, et arbitrati fuerimus punctum *b* esse super sectionem circuli in concavo speculo, et superficiem *hlz* volutam esse circa diametrum *db*, ab omnibus utique partibus circuli constituti per circumscriptionem puncti *l* refringetur radius ad aequales angulos inter punctos *zh*, et erunt figurae rerum videndarum in huiusmodi loco super speculi superficiem. Linea enim quae procedit a re videnda et transit per visum et pervenit ad speculum, est perpendicularis super speculum; et ideo coniunctio linearum, ad quam fit forma, semper est super ipsum visum, sive existimaverimus visum esse penes punctum *z*, sive penes *h*. Cum autem difficilis sit aspectus ad hunc locum, vertitur sensibilitas ad superficiem, de qua fit reverberatio, et ita attingens speculum suscipit formam a loco suo, ubi fuerat mutuationis modo.

Similiter etiam et locum in quo apparet, et ideo colores huiusmodi figurarum cum fuerint in magna distantia, aut non habebunt inter se et colores speculorum diversitatem, aut exigua fit inter eos diversitas. Cum enim consideratio eorum non fit in proprio loco, et visus debilis sit inveniendi locum eius, vertitur ad locum propinquiorem speculo, qui est ille locus, quo apparet.

Decet autem nos post haec considerare loca, in quibus ea quae videntur, fiunt ex tribus reverberationibus ab una sectione, cum visus fuerit super punctos praedictos. Esto circulus *abg* (*fig.* 44), cuius centrum sit *d*, et producatur *aeg*, et protrahatur perpendicularis *deb*, et ponatur sectio *abg* in speculo concavo, et sint super lineam *aeg* duo puncti, quorum alter sit *z* et alter *h*, ita quod circulus, qui describitur super eos et super punctum *d*, sit ut circulus *tdk*, secans unamquamque de circumferentiis *ab*, *bg*, et protrahantur lineae *dzl*, *dhm*, et ponatur prius *ze* sicut *eh*. Dicimus ergo, quod reverberatio fit ad aequales angulos a tribus punctis, videlicet a puncto *b* et puncto *t* et puncto *k*. Refringantur ergo radii *zb*, *bh*; *zt*, *th*; *zk*, *kh*, et copulentur lineae *td*, *kd*; quia ergo *ze* est sicut *eh*, et linea *eb* est communis, anguli autem, qui sunt penes *e*, recti, erit angulus *ebz* sicut angulus *ebh*; angulus ergo *ztd* sicut angulus *dth*, et angulus *dkz* sicut angulus *dkh*; circumferentia enim *dz* est sicut circumferentia *dh*, et puncti *t*, *k* sunt super lineam circumdantem circulum. Dicimus autem, quod alius radius non refringitur a puncto existente inter punctos *l*, *m* de circumferentia *lm*, quoniam angulos qui sunt penes punctos *t* et *k* super circumferentiam circuli *kdt*, subtendunt circumferentiae *zd* et *dh*, et ideo fit reverberatio ex his duobus punctis. Ille vero qui est penes *b*, refringitur, quia linea *bd* secat lineam *ag* ad aequales angulos. Illi autem qui fiunt inter *l* et *m* praeter tres punctos praedictos, non refringuntur, quoniam nec fiunt super circumferentiam circuli *dtk*, nec super centrum eius. Illi vero qui refringuntur inter *al* vel *gm*, manifestum est quod non habent aequales angulos, quoniam non continetur centrum *d* inter *m* autem et *l*.

Si possibile est, refringatur in praetaxata figura radius inter punctos *t*, *b* (*fig*. 45), et sit *znh*, et radius inter punctos *k*, *m*, et sit *zsh*, et producantur lineae *donf* et *dqcs*, et copulentur lineae *zs*, *zn* et lineae *nh*, *sh*. Quia ergo circumferentia *dz* est sicut circumferentia *dh*, erit angulus *zfd* sicut angulus *dfh*, et angulus *zcd* sicut angulus *dch*; angulus autem *znd* fuit sicut angulus *dnh*, et angulus *zsd* sicut angulus *dsh*; erunt ergo anguli trianguli *znf* sicut anguli trianguli *hfn*, et anguli trianguli *csz* sicut anguli trianguli *sch*, et latera *fn*, *sc* sunt communia. Linea ergo *zn* est sicut linea *hn*, et linea *zs* sicut linea *sh;* angulos vero, qui sunt penes *n* et *s*, dividunt lineae *nod*, *sqd* in duas medietates; linea ergo *zo* est sicut linea *oh*, et linea *zq* sicut linea *qh;* unumquodque vero istorum est impossibile; linea enim *ze* fuit sicut linea *eh*. Similiter etiam demonstrabitur non posse fieri reverberationem inter *b* et *k* neque inter *t* et *l*.

Fit etiam reverberatio ex tribus locis, quamvis linea *ez* sit maior quam linea *eh*. Secet itaque circulus transiens per punctos *zdh* (*fig.* 46) unamquamque circumferentiarum *lb*, *bm*. Non ergo refringetur a punctis *t*, *k* radius, sicut iam exposuimus, quoniam circumferentia *dz* maior est quam circumferentia *dh*, nec refringetur a puncto *b*, quoniam *ze* maior est *eh*, et duo anguli penes *e* sunt recti. Sed vice duarum reverberationum, quae fiebant a punctis *b*, *k*, refringentur duo radii a circumferentia, quae est inter punctos *b*, *k*, et vice reverberationis existentis a puncto *t*, refringetur radius inter punctos *lt*, quoniam non refringitur radius a circumferentia quae est inter *t* et *b*, neque ab illa quae est inter *k* et *m*. Si enim poneretur reverberatio inter aliquam istarum circumferentiarum, accidit inde impossibile, quoniam cum anguli *zsd*, *dsh* sint aequales, et anguli *znd*, *dnh*, et propter hoc anguli *snf*, *fnh* sint aequales, et rursus angulus *zfn* sit maior angulo *nfh*, et angulus *zcd* maior angulo *hzd*, eo quod circumferentia *zd* maior est quam circumferentia *dh*, sitque propter hoc angulus *sch* maior quam angulus *scz*, erit inde *zn* maior quam *nh*, et erit *sh* maior quam *zs* et erit inde angulus *zhn* maior quam angulus *nzh*, et angulus *szh* maior quam angulus *shz*, et remanet angulus *noh* minor angulo *noz*, et angulus *zqs* minor quam angulus *sqh*, obtusi minores quam acuti, quod est impossibile. Si autem posuerimus reverberationem a circumferentia quae est inter l et t, aut ex ea quae inter b, k, et demonstrabimus illud in figura simili modo, non accidit impossibile; anguli enim obtusi debent esse maiores, si posuerimus figuram in hoc statu.

Ne igitur sermo super hoc prolongetur, debemus dicere quod circulus zdh (*fig.* 47) nisi secaverit aliam circumferentiam quam bm, et transducetur punctus z in loco a, secundum quod in praesenti figura, vel transducetur extra eam, reverberationes utique quae fiunt ad aequales angulos a punctis b, k, erunt ex duobus locis tantum inter b et k, si praetermiserimus circumferentiam tl, quoniam circumferentia ab tota erit infra circulum dzh, et demonstrabitur simili modo, quod non refringitur aliquis reliquorum radiorum ad aequales angulos. Si autem posuerimus circulum zdh (*fig.* 48) secantem circumferentiam lb solam, locus utique alterius sectionis si fuerit super punctum b, sicut in praesenti figura, aut fuerit inter punctos a, b, reverberatio fit inter punctos t, l, quoniam circumferentia bk decidit, et sic non fit inde reverberatio ad aequales angulos; circumferentia enim bg erit extra circulum. Demonstrabitur etiam secundum ea quae praeposuimus, non fieri reverberationem ad aequales angulos praeter in puncto quem diximus.

Accidit etiam prope id quod dictum est, cum circulus zdh (*fig.* 49) non secaverit circulum abg, et fuerit punctus e inter punctos z, h; fit enim una tantum reverberatio ad aequales angulos. Esto circulus zdh non secans circulum abg, sitque prius ze sicut eh. Manifestum est ergo ex his quae praeposuimus, quod reverberatio erit a puncto b ad aequales angulos; et iterum manifestum erit, quod non fit refractio a circumferentiis al et gm. Quod autem impossibile sit fieri refractionem a circumferentia, quae est inter *l*, *b*, et illa quae est inter *b* et *m*, demonstrabitur sic. Si quidem possibile est, refringatur ut *zt*, *th*. Cum igitur protracta fuerit linea *dknt*, et copulabuntur lineae *zn*, *nh*, quoniam angulus *znd* est sicut angulus *dnh*, eo quod circumferentia *dz* est sicut circumferentia *dh*, remanet angulus *znt* sicut angulus *hnt*. Erat autem angulus *ztn* sicut angulus *dth*; trianguli ergo *znt*, *tnh* aequales angulos habent, et linea *tn* est communis; *zt* ergo est sicut *th*, et erit inde *zk* sicut *kh* maior sicut minor, quod est impossibile.

Similiter etiam demonstrabitur, si existimaverimus reverberationem fieri inter punctos *l*, *b*. Sit itaque *ze* (*fig.* 50) maior quam *eh*, et dividatur *zh* per duas medietates in puncto *t*, et protrahatur linea *dt* ad *k*. Dicimus ergo, quod reverberatio non fit nisi inter punctos *k*, *l* ab unoquoque punctorum *z*, *h* ad alterum. Saepe enim demonstratum est, quod non fit a circumferentia *al* neque a circumferentia *gm*, et demonstrabitur iterum per hanc figuram, impossibile esse fieri reverberationem inter punctos *b*, *m*; debet enim ex his linea *eh*, quae est minor, esse maior quam linea *ez*, quae est maior ea. Nec possibile est fieri reverberationem a circumferentia *kb* ad aequales angulos, quoniam si reverberatio posita fuerit penes punctum *k*, fieret angulus *ztk* sicut angulus *htk*, acutus sicut obtusus; et si fuerit posita penes punctum *b*, fieret angulus *zeb* maior angulo *heb*, cum utrique sint recti; et si reverberatio fuerit posita inter *kb*, fieret angulus acutus maior obtuso, et haec omnia sunt impossibilia. Et si existimaverimus reverberationem, quae fit ad aequales angulos, esse inter *l* et *k*, accidit inde illud quod debet accidere. Sit igitur reverberatio ut *zn*, *nh*, et protrahatur *dpon*, et copuletur *oz* et *oh*; quoniam ergo angulus *znd* erat sicut angulus *dnh*, et angulus *zod* maior angulo *doh*, et circumferentia *zd* maior quam circumferentia *dh*; reliquus vero angulus *noh* maior angulo reliquo *noz*, erit linea *nh* maior quam *zn*; erit ergo linea *ph* maior quam linea *pz*, quod ita est, et angulus *nzh* maior quam angulus *nhp*. Remanet ergo angulus *nph* obtusus, maior angulo *npz* acuto, quod sic debet esse.

Rursus esto circulus *abg* (*fig.* 51) constitutus super centrum *d*, et protrahatur linea *bd*, sitque ad rectos angulos super lineam *aeg*, et ponatur sectio circuli *abg*-in concavo speculo; alter vero punctorum sit in loco *z*, et alter in loco *e*. Dicimus ergo quod nonnisi una reverberatio tantum fit inter punctos *e*, *z* de circumferentia *abg* ad aequales angulos. Dividatur igitur *ze* per duas medietates in puncto *h*, et producantur lineae *dhk*, *dzt*. Radii ergo, qui procedunt ad circumferentias *at* et *bg*, non continent centrum *d*, et si posuerimus reverberationem a puncto *k*, anguli erunt inaequales. Quod si ita non est, sit reverberatio veluti *zk*, *ke*; quia ergo *zh* est sicut *eh*, et linea *ek* sicut *kz*, proportio enim alterius ad alteram sicut proportio consortis eius de duabus lineis *zh*, *eh* ad alteram, eo quod angulus *zke* divisus est in duas medietates per lineam *kd*, et linea *hk* est communis, angulus *khz* erit sicut angulus *khe* acutus sicut obtusus, quod est impossibile, et erit magis impossibile, si posuerimus reverberationem inter punctos *b*, *k*; angulus enim acutus erit tunc maior quam obtusus. Si vero posuerimus reverberationem inter punctos *t*, *k*, fit e converso; angulus enim obtusus erit maior acuto, nec aliter accidit.

Similiter etiam demonstrabitur impossibile esse a duobus punctis simul inter punctos *k*, *t* (*fig.* 52) duas reverberationes fieri per aequales angulos ad punctos *ez*; ita videlicet si possibile est, refringantur in simili praedictae figurae duo radii *emz*, *eoz*, et producantur lineae ad punctos *s*, *l*, *f*, *n*, et copulentur lineae *do*, *dm*, sitque reverberatio ad aequales angulos. Quia ergo *dz* est maior quam *ed*, linea quae per medium dividit angulum *edz* secabit *ez* inter *e*, *h*. Erit ergo propter hoc angulus *edo* multo maior angulo *zdo*, et ideo et quia angulus *eod* positus est sicut angulus *zod* propter reverberationem, erit quod ex duobus angulis *edo*, *eod*, quod est sicut angulus *def* maius quam id quod ex duobus angulis *zdo*, *zod*, quod est sicut angulus *dzs*, sed angulus *def* est acutus, angulus ergo *dzp* rursus erit acutus. Cum autem produxerimus a centro *d* perpendicularem *dq* super *mzl* et perpendicularem *dcr* super *ozs* secantem *ml* in *c*, erit propter rectitudinem anguli *q* linea *dc* maior quam *dq*, et erit inde *dr* multo maior quam *dq*; erit igitur angulus *zma*, qui est sicut angulus *bme*, maior quam angulus *zoa*, qui est positus sicut angulus *eob*. Oportet ergo propter hoc, ut *men* sit propinquior centro *d* quam *oef*, quod falsum est; angulus enim *den* est acutus. Non ergo refringuntur radii *zoe*, *zme* ad aequales angulos.

Item sit circulus *abg* (*fig.* 53), cuius centrum sit *d*, et protrahatur linea *bd*, et producatur linea secans eam ad rectos angulos, et sit *aeg*, sitque sectio circuli *abg* in concavo speculo posita, et ponatur unusquisque duorum punctorum secundum rectitudinem lineae *ag*, tantum alter eorum non sit infra circulum. Dicimus ergo, quod nonnisi unus radius refringitur inter eos ad aequales angulos a circumferentia *abg*. Siquidem distantia ipsorum punctorum a puncto *e* fuerit aequalis, reverberatio utique fit ex uno puncto qui est *b*, quod manifestum est, quoniam duae lineae, quae protrahuntur ab ipsis punctis ad *b*, dividunt de circulo aequales circumferentias. Si ergo alter punctorum fuerit super punctum *a*, et alter in puncto *z*, qui est super lineam *eg* productam, non refringitur a circumferentia *bg* radius ad aequales angulos. Circumferentia enim *ab* cum sit sicut circumferentia *bg*, facta est circumferentia, quam dividit linea, quae copulat punctum *a* et unum de punctis super circumferentiam *bg* existentibus, maior quam circumferentia quam dividit linea quae copulat ipsum punctum *z*; a circumferentia vero quae est inter *a*, *b*, possibile est radium refringi ad aequales angulos ut *ah*, *hz*, et possibile est tunc circumferentias *ah*, *ht* esse aequales. Nec possibile est ab ista circumferentia alium radium refringi, altera enim duarum linearum, quae copulat praedictos punctos et alium punctum praeter *h*, dividit circumferentiam maiorem quam unamquamque duarum praedictarum circumferentiarum; altera vero dividit circumferentiam minorem illius. Simile etiam accideret, si punctus *a* esset extra circulum, et linea *ez* esset maior linea *ea*.

Hae itaque species, quas diximus de positione, sunt, in quibus incidit linea, quae copulat aspectum et rem videndam inter speculum et centrum sphaerae.

Nunc autem decet nos exponere ea, quae sunt de reverberationibus, quae fiunt ad aequales angulos, et demonstrare quod in quibusdam impossibile est fieri coniunctionem duarum linearum, penes quas diximus fieri formam rei videndae; in quibusdam quoque fieri parte illa, qua est speculum; in quibusdam vero fieri coniunctionem retro aspicientem. In quibus enim linea, quae refringitur a speculo ad rem videndam, fuerit sicut linea, quae copulat rem videndam et centrum sphaerae, oportet necessario, ut radius refractus exiens ab aspiciente ad speculum, et perpendicularis cadens a re videnda ad speculum sint aequidistantes. In quibus quoque duae lineae praedictae fuerint inaequales, cum fuerit linea quae copulat centrum sphaerae et rem videndam maior linea refracta, locus utique coniunctionis, quam diximus, erit ibi in illa parte, qua est speculum; sed cum radius refractus fuerit maior linea, quae copulat centrum et rem videndam, coniunctio ipsa erit retro visum.

Esto sectio circuli in concavo speculo, et sit *abg* (*fig.* 54), cuius centrum sit *d;* et cum fuerit visus positus super punctum *e*, constituatur reverberatio ad aequales angulos, sicut *eb*, *bz*, et protrahatur a puncto *d* linea *dh*, ita ut sit sicut *hb*. Similiter protrahatur a puncto *d* linea *dt*, ita ut sit maior quam *tb*, et rursus protrahatur linea *dz*, ita ut minor quam *zb*, sintque res videndae *z*, *h*, *t*, et sit unaquaeque linearum, quae fuerint productae ab *e* ad res videndas, cadens inter centrum sphaerae et speculum, ut *ez*. Dicimus ergo, quod *dh* aequidistans est *eb*, et *dt* iungitur ei in illa parte, qua est speculum, et quod *dz* iungitur ei retro aspicientem. Quia igitur *dh* est sicut *bh*, erit angulus *dbh*, qui est sicut angulus *dbe*, aequalis angulo *dbh;* erit ergo angulus *bdh* sicut angulus *dbe;* erit igitur linea *eb* aequidistans lineae *dh*. Rursus cum linea *bt* sit minor quam *dt*, erit angulus *bdt* minor angulo *dbt*, qui est sicut angulus *dbe;* lineae ergo *eb*, *dt* iunguntur in parte punctorum *bt*, qui sunt in illa parte, in qua est speculum, quoniam *bz* semper refringitur ab altera partium lineae *bd*. Similiter etiam cum angulus *bdz* fuerit maior angulo *dbz*, qui est similis angulo *dbe*, debent utique convenire lineae *be*, *dz* in ea parte, qua sunt puncti *e*, *d*, et est manifestum quod coniunctio fit retro aspicientem, quoniam *ze* est inter *b* et *d*.

Et manifestum erit universaliter cum his quae diximus, quod si res videnda fuerit super perpendicularem cadentem super speculum, et portio quae dividitur a parte centri, non fuerit maior quam medietas lineae, quae procedit a centro sphaerae ad superficiem eius, refractus radius erit maior quam linea quae copulat punctum *d* et rem videndam. Esto igitur circumferentia circuli, videlicet *abg* (*fig.* 55), cuius centrum sit *d*, et producatur perpendicularis *bd*, et dividatur per duas medietates in *e*, sitque res videnda in *e*. Erunt ergo omnes lineae productae ab *e* ad circumferentiam maiores quam *eb*, quae est sicut *ed*, et erunt multo maiores quam *ed*, si fuerint productae ipsae lineae ab alio puncto de his quae sunt inter *e* et *d*. Cum autem res videnda fuerit posita inter *e* et *b*, possibile est protrahi inde ad circulum quandoque lineam aequalem lineae, quae est inter eam et *d*, quandoque vero maiorem et quandoque minorem. Et si fuerit protracta linea *zht* secans *db* ad rectos angulos, et *zt* fuerit latus quadrati, ita ut *zh* sit sicut *dh*, et fuerit circumferentia *zbt*, quae est quarta pars circuli comprehendens totam latitudinem speculi, et protrahentur lineae ab aliquo pũnctorum signatorum super lineam *hb* ad circumferentiam, quae est inter *z* et *t*; erunt utique minores quam lineae quae cadunt inter punctum *d* et punctos signatos. Cum autem praedictae duae lineae rectae fuerint aequidistantes, et forma penitus non habuerit locum terminatum quo videatur, declinat tunc visus ad locum communem formae et speculo, sicut accidit iterum, cum duae praedictae rectae lineae iunguntur, de quibus diximus formam videri retro visum; sed cum locus coniunctionis fuerit in illa parte, qua est speculum, loca formarum conservant metam eis propriam, apparent enim in parte speculi; sed cum distantiae fuerint immoderatae, coartantur semper ad propinquiorem rem, et cum locus coniunctionis fuerit retro visum, res videnda non videtur retro visum. Impossibilis est enim huiusmodi opinio, sed videtur ante speculum, quamvis passio quae accidit in sensu, non ostendit formam in proprio loco suo, sed ducit ad locum quo non est ei situs proprius; sicut in praecedentibus diximus; quoniam situs cui non attribuitur locus proprius, ostendit subiectam rem in ipsa superficie speculi. In situ autem qui habet proprium locum, fit secundum positionem eius a visu, et secundum hoc fit forma in speculo, videlicet res, quarum formae fuerint post visum et post speculum, videntur post speculum, et quae sunt retro visum, apparent formae earum ante speculum.

Possibile est autem nobis perpendere has species, quas diximus de situ, unamquamque utique semotim. Si in praetaxata nobis planca protraxerimus, sicut protraximus in figura quae hanc praecedit, lineas *eb* (*fig.* 56) quidem et *zb* ad aequales angulos, *dh* vero aequidistantem *eb*, et protraxerimus *edz*, et posuerimus visum super *e*; concavum autem speculum posuerimus super circumferentiam *abg*, et nitemur aspicere formas magnitudinum parvarum coloratarum positarum super linea *bz*, forma utique magnitudinis positae super *z* aut *h* videbitur quasi continua in loco speculi, in quo est *b*, et habebit positionem et colorem illius. Formae enim rei positae super *z* aut *h* nullus est situs in proprio loco terminato. Illud quidem quod est super *h*, non habet locum coniunctionis proprium; illud vero quod est super *z*, habet locum communem sibi et visui, cum sit coniunctio in puncto *e*. Quorum autem situs est inter haec duo loca, non apparent formae eorum super ipsum speculum, cum sint eis loca terminata, sed id quod est inter *b* et *h*, apparet extra speculum in loco coniunctionis; quod autem est inter *h* et *z*, apparet ante speculum propter causam quae ei convenit. Si enim protraxerimus lineam *bet* et lineas *dk*, *dz*, et fuerit coniunctio penes punctos *e* et *t*, forma puncti *z* erit super punctum *b*, et secundum hoc forma coniunctionis, qua fit penes punctum *t*, apparebit versus *k*, qui est ante *b* versus *d*, quoniam situs *t* ad *e* est versus istam partem.

Possibile est etiam nobis generaliter intelligere haec cum eo quod est de congregatione et declinatione, quae fiunt in situ coniunctionum, quas diximus devenire ad propinquiorem locum, cum fuerit speculum sicut exposuimus, et protraxerimus lineam *bde* (*fig.* 57), et posuerimus quamlibet magnitudinem longam subtilem super *bd*, utpote *bz*. Si enim posuerimus alterum oculorum super punctum *e*, et aspexerimus ad *bz*, videbimus formam eius continuam cum puncto *b* a speculo, et erit inter duas aequales distantias de superficie speculi, et quod imaginabitur aspiciens de compositione magnitudinis et formae, assimilatur huic figurae (*fig.* 57*a*), quae est composita ex linea *bz* et circumferentia *abg*; quoniam cum visibilis radius refringitur ad magnitudinem *bz*, coniunctio in qua fit locus formae, non habet locum terminatum, sed erit in loco puncti *e*, ubi et visus; et videbuntur formae, quae in speculo sunt, continuae; et si id, quod est supercilia, fuerit in loco *e*, et oculi fuerint positi in *h* et in *t*, forma *bz* curvatur ad partem speculi, et donec fuerit in moderata distantia, apparebit ante oculos, et postea vertitur paulatim ad unumquemque oculorum secundum formam literae, quae apud Graecos est alpha, et talis est (*fig.* 57*b*) et non cessat quousque pervenerit ad radios visus aequidistantes lineae *eb*, et postea vertitur inde versus speculum. De radiis enim, qui procedunt ab *h* et refringuntur ad *bz*, una fit linea tantum aequidistans praedictae lineae, ut linea *kh*. De reliquis vero illae, quae sunt inter punctos *b* et *k*, iunguntur lineae *db* versus speculum, ita quod cum omnes fuerint protractae, iunguntur ei utpote lineae *hm*, *hn;* illae vero quae cadunt inter *a* et *k*, iunguntur ei retro visum, veluti lineae *sh*, *oh*. Quod autem fit in eis de translatione distantiarum est hoc. A coniunctione quidem quae fit in puncto *n*, transfertur forma versus *f;* in reliquis vero coniunctionibus accidit prope hoc, ut decet secundum rationem, quousque perventum fuerit ad locum aequidistantem lineae *em*, et erit constitutio formae super *mfl*, et inde erit reversio formae propter debilitatem visus, qui opinatur res secundum aequidistantiam positas, esse infinitas, et putat quod longitudo coniunctionis quae fit in rebus, quae succedunt illis, quae sunt propinquae aequidistantibus, extenditur quousque fiat incomprehensibilis, si etiam attingeret pleiades aut qualemcumque distantiam, utpote quidam opinantur. Visus ergo propter hoc vertitur ad terminos moderatos, et quia de coniunctione quaedam fit retro visum, res autem videnda est ad invicem continua, oportet necessario formas rerum esse similes in speciem. De coniunctione autem quae fit post *l*, semper erit reverberatio prope speculum, ut linea *lso*, quoniam pars magnitudinis, quam comprehendit linea *kh*, quae est aequidistans lineae *mbz*, si esset sola, videretur utique in puncto *k;* illa vero quae videtur per radios *sh* et *oh*, quoniam coniunctio ipsorum radiorum cum linea *be* fit retro visum, videbitur penes speculum, ut *q* et *c*. Illud vero quod videtur de magnitudine posita super lineam *kqc*, non ita disponitur in eo quod apparet, quia non est in loco terminato nec segregatum a forma *mfk*, sed videtur ei continuum, quamvis sit infra speculum, ne continuum existimetur esse disgregatum. Cum igitur coniunctio quae fit versus speculum, sit terminata in puncto *l*, potentiâ transfertur positio *k* ad punctum *l*, ut iungatur residuo forma, et fiat secum continua, videlicet lineae *lso*, quae translata est ad eandem partem, et habebit formam secundum mensuram transitus *kqc*, ut convertatur ad id quod est propinquius transeunte forma, quae proprium locum non habet ad convenientiam rei terminatum locum habentis. Ne itaque repetamus sermonem, dicimus quod in altero latere similiter accidit ex lineis, quae procedunt a puncto *t* ad circumferentiam *bg*, cum visibilis radius fuerit constitutus ibi secundum lineam *mpr*, quae est similis lineae *mlo*.

Cum igitur haec determinata habeamus, demonstremus postmodum quod ad punctum *e* non fit nisi una reverberatio ad aequales angulos, cum fuerit positio, sicut dictum est. Esto sectio circuli in concavo speculo, et sit *abg* (*fig.* 58), cuius centrum *d*, et protrahatur linea *bde*. Dicimus ergo, quod si visus fuerit super *eb*, et non fuerit in puncto *d*, refringitur radius eius in se ipsum a puncto *b*, quod est manifestum; anguli enim, qui sunt penes *b*, sunt aequales; illi vero radii, qui refringuntur ad punctum inter *b* et *d*, vel inter *d* et *e* a puncto existente inter *a* et *b*, vel inter *b* et *g*, non cadunt ad aequales angulos ex aliquo latere centri *d*, ut *eh*, *hz*. Constituunt enim angulos, quos continent ex utrisque lateribus inaequales, vel ut angulum *bhe*, qui est maior angulo *ahe*. Et rursus quoniam res ita se habet, sicut prius exposuimus, quod cum radius, qui refringitur ad punctum *z*, transierit per punctos *b*, *e*, forma utique visus apparet in ipsa superficie speculi versus speculum; declinat enim forma, ut diximus, ad unum de locis, in quibus fit coniunctio, qui est communis ei et speculo, et est punctus *b*.

Debemus etiam demonstrare, quod universaliter cum fuerit centrum sphaerae inter speculum et lineam, quae copulat visum et rem videndam, fit ibi reverberatio ad aequales angulos ab uno loco tantum. Esto itaque sectio circuli in concavo speculo *abg* (*fig.* 59), et centrum circuli *d*, et producatur linea *bde*, quam secet linea *hez* ad rectos angulos, et sit alter punctorum *z* et alter *h*, et sit prius *ez* sicut *eh*. Dicimus ergo, quod inter punctos *zh* non fit reverberatio ad aequales angulos, nisi a puncto *b* tantum. Copulentur itaque *bz*, *bh*. Quoniam ergo lineae *eb*, *ez* sunt aequales utrisque lineis *eb*, *eh*, unaquaeque videlicet consorti suae, et anguli penes *e* sunt recti, habebunt utrique trianguli aequales angulos; erit ergo angulus *bze* sicut angulus *bhe*, et angulus *zbe* sicut angulus *hbe*. Et si possibile est, refringatur alia linea ad aequales angulos ut *zth*, et protrahatur linea *tdk*. Quia ergo angulum *ztk* divisit linea *kt* in duas medietates, erit proportio *kh* ad *kz*, sicut proportio *th* ad *tz*, sed *kh* est maior quam *kz*; erit igitur *th* maior quam *tz*, et erit inde angulus *tzh* maior quam angulus *thz*. Erit ergo angulus *bzh* multo maior angulo *bhz*, quod non debet ita esse; iam enim demonstravimus illos esse aequales. Non ergo refringitur *tz*, *th* ad aequales angulos. Similiter etiam manifestum erit quod diximus, si posuerimus aliam lineam qualemcumque.

Item constituatur similis praepositae figurae, et sit *eh* (*fig.* 60) maior quam *ez*, et protrahantur lineae *zdt*, *hdk*; dividatur linea *zh* per duas medietates in puncto *l*, et angulus *zdh* in duas medietates per lineam *dm*, et sit *ez* sicut *ec*, et protrahantur lineae *ldn*, *mds*, *cds*. Dicimus ergo, quod reverberatio radii inter *z*, *h* ad aequales angulos refracti erit inter punctos *n*, *s*, nec refringetur a circumferentia *ka* et circumferentia *gt* radius ad aequales angulos. Radius enim ab unaquaque earum refractus non continet centrum *d*. Demonstremus igitur prius, quod non refringitur a puncto *s*. Si vero possibile est, refringatur ut *zhs*; quia igitur angulus *zdm* est sicut angulus *hdm*, erit angulus *sdz* sicut angulus *sdh*; erat autem angulus *zsd* sicut angulus *dsh*; trianguli ergo *zds*, *hds* habent aequales angulos, et linea *ds* est communis; linea ergo *zd* est sicut linea *dh*; erit igitur inde angulus *dzh* sicut angulus *zhd*, sed angulus *dzh* est sicut angulus *dcz*, eo quod aequalia sunt latera *ce*, *ez*, et utrique anguli penes *e* de triangulis *ced*, *zed* aequales, et propter communitatem habent in angulo *edh*; erit ergo angulus *zhd* interior sicut angulus *dcz* exterior, quod est falsum. Si vero posuerimus reverberationem ab aliquo puncto inter *s* et *t*, accidit magis impossibile; debet enim inde esse *zd* maior quam *dh*, et linea *mh*, quae est maior, erit minor quam *zm*, quae minor est, et angulus *dhz* interior maior quam angulus *dzh*, qui est aequalis angulo *dcz* exteriori, quod est impossibile. Sit igitur reverberatio, si possibile est, ut *znh*; quia ergo linea *zl* est sicut linea *lh*, erit *zn* sicut *nh*, et angulus *nzh* sicut angulus *nhz*. Restat ergo angulus *nlz*, sicut residuus angulus *nlh*, quod est impossibile; et erit magis impossibile, si posuerimus reverberationem inter *k* et *n*, ducit enim ad hoc, quod linea quae est minor quam *zn*, sit maior linea maiore quam *nh*, et quod angulus *nlz*, qui est acutior angulo *nlh*, sit maior angulo obtusiori quam angulus *nlh*; sed si fuerit reverberatio ad aequales angulos, cadet utique inter punctos *s*, *n*, nec inde contingit aliquod contrarium his quae praeposuimus. Quod autem ab ista circumferentia non refringitur ad aequales angulos nisi unus radius, erit manifestum sicut explicabimus; et ne fiat confusio in figura, arbitremur utrosque punctos *s*, *n* esse super circumferentiam, de qua diximus possibile esse fieri reverberationem; et si possibile est, refringantur ex eis duo radii ad aequales angulos. Erit ergo inde proportio *zs* ad *sh* sicut proportio *zm* ad *mh*, et erit proportio *zn* ad *nh* sicut proportio *zl* ad *lh*; sed proportio *zl* ad *lh* est maior quam proportio *zm* ad *mh*; erit ergo proportio *zn* ad *nh* maior quam proportio *zs* ad *sh*, et permutatim erit proportio *zn* ad *zs* maior quam proportio *nh* ad *sh*; sed *nh* maior est quam *sh*, eo quod est propinquior centro *d*; erit ergo *zn* multo maior quam *zs*, quod est impossibile, quoniam *zs* maior est quam *zn*, eo quod est propinquior ad centrum; et si posuerimus *n* in puncto *o*, et *e* inter punctos *e*, *h*, illud quod terminat circumferentiam, de qua fit reverberatio, est linea quae copulat centrum, et medietatem lineae quae est inter utrosque punctos, et lineam quae dividit angulum, quem ista linea subtendit, in duas medietates, et qui ex his refringitur ad aequales angulos, est unus radius tantum.

Item demonstremus nunc, quod in omnibus his praedictis speciebus positionis semper fit forma inter visum et speculum in proprio ei loco; perpendiculares enim quae procedunt a punctis *z*, *h*, et transeunt per centrum *d*, semper secant oppositum radium, qui est ille, per quem forma comprehenditur a parte speculi; et universaliter cadit super centrum *d* in triangulo, quem continent *zh*, et radius refractus ut lineae *zn*, *nh*. Apparet enim in huiusmodi reverberatione, cum visus fuerit positus penes punctum *z*, tamquam si punctus *h* esset in puncto *u*; et si posuerimus visum super punctum *h*, videbimus punctum *z* in puncto *f*, et erit forma ante speculum inter visum et speculum propter praetaxata principia. Hinc etiam accidit quasdam distantias breviores fieri et videri, tamquam si essent ad locum propinquiorem speculo.

Nec erit utique in huiusmodi speciebus, quas exposuimus, reverberatio ad aequales angulos. Esto sectio circuli in speculo concavo, et sit *abg* (*fig.* 61), centrum eius *d*, et protrahatur linea *bde*. Dicimus ergo, quod visus et res videnda, cum diversi fuerint, et fuerint super lineam *be* rectam, et punctus *d* non fuerit inter eos, non fit ad invicem reverberatio ad aequales angulos, sive sit alter eorum in puncto *d*, sive non. Huius autem scientia facilis est, quia nullus inde refringitur ad aequales angulos radius a circumferentia, quae est inter *a* et *b*, aut inter *b* et *g*. Tunc enim radii non continent centrum *d*, a puncto autem *b* potentia tantum fit reverberatio, sed non actu, prohibet enim reverberationem altera rerum positarum; si enim opinati fuerimus visum esse propinquiorem speculo, ipse est qui prohibet visibilem radium refractum a puncto *b* perveniendi ad rem videndam, eo quod est in loco transitus radii et prohibet eum; et si existimaverimus rem videndam esse propinquiorem speculo, ipsa prohibet visibilem radium prorsus pervenire ad punctum *b*, eo quod res videnda posita est inter visum et *b* et tegit eum.

Rursus esto circulus *abg* (*fig.* 62), cuius centrum sit *d*, et producatur linea *ag*, et protrahatur ad eam perpendicularis *deb*, et sit circumferentia *abg* sectio de circulo constituto in concavo speculo et de duobus punctis, qui in praecedentibus figuris praetaxati sunt, alter quidem ponatur in puncto *a*, et alter in puncto *e*. Dicimus ergo quod non fit inter eos reverberatio a circumferentia *abg* ad aequales angulos; et manifestum est quod nec reverberatio fit a circumferentia *bg*, eo quod impossibile est radios inter eos refractos continere punctum *b*; a circumferentia etiam *ab* manifestum est non posse inter eos reverberationem fieri ad aequales angulos; si enim posset refringi ut *az*, *ze*, esset utique circumferentia *hgz* sicut circumferentia *az*, quod falsum est; circumferentia enim *hgz* multo maior est quam circumferentia *za*, cum circumferentiae *ab*, *bg* sint aequales. Similiter etiam manifestum non posse fieri reverberationem, cum alter punctorum fuerit infra circulum super lineam *ag* et alter in *e*, aut fuerit alter punctorum in *a*, et alter inter *a* et *e*; aut fuerit alter eorum extra circulum, et alter inter *a* et *e*.

Rursus constituatur circulus *abg* (*fig.* 63), cuius centrum *d*, et producatur linea *ag*, et protrahatur ad eam perpendicularis *deb*, et sit circumferentia *abg* sectio circuli positi in concavo speculo, sitque alter punctorum inter *a* et *z* ut punctus *e*, et alter inter *e* et *g* ut punctus *z*, et describatur circulus transiens per punctos *a*, *d*, *z*, et sit *adz*, et non secet circumferentiam *bg*, et protrahantur lineae *ag*, *dzh*. Dicimus ergo, quod a circumferentia *abh* inter punctos *az* non refringitur radius ad aequales angulos; a circumferentia quidem *ab* manifestum est non fieri reverberationem, sicut demonstratum est in praecedenti figura, ex eo quod accidit de diversitate circumferentiarum. Manifestum est autem neque a circumferentia *gh* fieri reverberationem, eo quod radius ab eodem loco refractus non circumdat centrum *d*. Sed nunc demonstremus, quod non fit reverberatio a circumferentia, quae est inter *b*, *h* ad aequales angulos. Si igitur possibile est, refringatur radius *atz*, et copulentur lineae *tkld*, *ka*, *kz*. Quoniam ergo circumferentia *ad* maior est quam circumferentia *dz*, erit angulus *akd* maior angulo *dkz*. Restat ergo angulus *zkt* maior angulo *akt;* et si posuerimus angulum *tkz* ut angulum *tka*, et tum propter hoc, tum quia anguli penes *t* aequales sunt, et latus *kt* est commune inter triangulos *kta*, *ktz*, erit utique *tz* sicut *ta;* erit quoque *tz* maior quam *ta;* angulus ergo *taz* erit maior angulo *tza*. Propter hoc igitur, et quia anguli penes *t* sunt aequales, restat angulus *tla* obtusus minor angulo *tlz* acuto, quod falsum est. Non ergo refringitur *atz* ad aequales angulos. Similiter etiam demonstrabitur, quod si punctus *a* esset extra circulum, non accideret reverberatio. Unde leviter dignoscetur, quod cum impossibile sit refractionem fieri ad aequales angulos inter res huiusmodi situm habentes, visus non comprehendit rem positam, nec forma erit rei, cum non comprehenditur sensu. In his quidem quae accidunt in speciebus refractionum et locis in quibus formae apparent, sufficiant quae de distinctionibus eorum diximus.

Post haec autem oportet nos perscrutari omnes diversitates rerum videndarum, unamquamque videlicet semotim, et cuius forma est extra speculum, et cuius est inter speculum et aspicientem, non secundum accidens, sed secundum essentiam suam et vere.

Forma ergo in concavis speculis cum fuerit retro speculum, erit distantia rei videndae minor quam distantia formae suae, si visus constitueretur retro speculum. Esto sectio circuli, qui in concavo speculo, et sit *abgd* (*fig.* 64), cuius centrum sit *e*, et visus punctus *z*, res quoque videnda punctus *h*, ad quem refringatur per aequales angulos radius *zbh*, et protrahatur *ehgt*, et iungantur *bz*, *he*, cum productae fuerint extra speculum, in puncto *t*. Erit ergo forma *h* penes punctum *t*. Dicimus igitur quod *bz*, *bh* in simul sunt minores quam *zt*; *gh* vero est minor quam *gt*. Copuletur *eb* et producatur a puncto *b* linea tangens circulum, et sit *kbl*. Erit ergo angulus *abz* sicut angulus *gbh*, et angulus *abk* sicut angulus *gbl*; angulus ergo *kbz* totus, qui est angulus *tbl*, est sicut angulus *lbh*, et angulus *blh* est acutus; angulus enim *lbe* est rectus. Angulus ergo *blh* est minor quam angulus *blt*, et cum posuerimus angulum *blm* sicut angulum *blh*, tam propter hoc, quam quia anguli *mbl*, *lbh* ex triangulis *mbl*, *lbh* sunt aequales, et latus *bl* est eis commune, erit *mb* sicut *bh*; *bh* ergo est minor quam *bt*, et cum posuerimus *bz* inter has communem, fit *zb*, *bh* simul, minor quam *zbt*; et quia proportio *lh* ad *lt* sicut proportio *bh* ad *bt*, et *bh* est minor quam *bt*, erit *lh* minor quam *lt*, et erit *gh* multo minor quam *gt*. Et manifestum est cum his quae diximus, quod rerum, quarum distantia ab eodem visu augetur, aut quarum distantia maior est, distantia utique formarum a visu augetur, aut erit distantia earum maior. Cum enim protraxerimus *bh* ad *s*, et protraxerimus *es*, quousque obviaverit *zbt* producto in puncto *n*, erit forma *s* in puncto *n*, et erunt tunc *bs*, *bn* maiores quam *bh*, *bt*.

In concavis speculis si forma quae videtur in eis, fuerit inter visum et speculum, erit distantia rei videndae a visu quidem maior quam distantia formae eius, a speculo, quandoque autem erit minor, et quandoque maior, et quandoque aequalis. Esto sectio circuli qui in concavo speculo, et sit *abg* (*fig*. 65), cuius centrum sit *d*, et protrahatur perpendicularis *db*, et visus sit punctus *e*, et refringatur a puncto *e* radius *ebz* ad aequales angulos, et transeat per puntum *d* perpendicularis super *bd*, et sit *tdh*, et sint duae lineae oppositae permutatim secantes se invicem *kdz*, *ldm*. Cum igitur constituerimus *ztm* super loca, ad quae inspicitur, erunt propter principia praetaxata forma quidem *z* penes punctum *k*, forma autem *t* penes *h*, et forma *m* in puncto *l*; cadunt enim inter *l* et *b*, et erit earum distantia ab *e* minor quam *eb*, et erit multo minor quam distantia rerum videndarum, super quas incidit reverberatio, ut *eb*, *bm*; et manifestum est quod angulus *ebz*, cum fuerit divisus in duas medietates per lineam *bd*, erit *bt* sicut *bh* et *dt* sicut *dh*, et erit linea *bz* maior quam *bk*, *zd* vero maior quam *dk*, et erit linea *bm* minor quam *bl*, et *md* minor quam *ld*. Forma ergo *t* erit super punctum *h*, et erit distantia utrorum a puncto *b* aequalis. Distantia vero formae *z*, quae videtur in *k* minor, et distantia formae *m*, quae videtur super *l*, maior. Manifestum est ergo, quod rerum, quarum distantia ab eodem visu augetur, aut quarum distantia maior est, distantia utique formarum a visu augetur, aut erunt in maiori distantia. Cum distantia enim puncti *z* a visu sit maior quam distantiae reliquarum rerum, videtur forma eius remotior; cumque res videnda, quae est penes *m*, sit propinquior visui, facta est forma eius, quae est penes *l*, propinquior reliquis formis. Manifestum est igitur ex his, quod cum distantia rei videndae non fuerit minor quam distantia lineae transeuntis per centrum sphaerae, sed fuerint res ipsa et speculum in eadem parte ab ipsa linea, res utique vera semper habebit minorem distantiam a speculo, quam forma eius. Cum situs enim fuerit, sicut diximus, forma rerum videndarum, remotior erit a sphera; et si fuerit res videnda retro lineam, quae transit per centrum sphaerae, res non se habebit sicut diximus.

In concavis speculis si forma rei videndae videbitur retro speculum, et positio ipsius rei fuerit illa quam nominavimus oppositam, secundum ea quae nunc de aliis diximus, lineae utique quae copulant terminos formarum magnitudinum videndarum apparent maiores lineis, quae copulant terminos rerum videndarum, si aspicerentur sine reverberatione secundum quantitatem distantiae aequalem distantiae formae, et positionem aequalem positioni eius non translato visu.

Esto sectio circuli in concavo speculo *abg* (*fig.* 66), et centrum circuli *d*, visus autem *e*, et producatur ab *e* perpendicularis *de*, *bl*, sitque linea copulans terminos rei videndae *zh* sic posita, ut linea *bd* secet eam in duas medietates ad rectos angulos; debet enim situs eius esse secundum oppositionem. Protrahantur quoque ab *e* duo radii, et refringantur ad *z* et ad *h*, et sint *ea*, *eg*, et producti iungantur lineis *zd*, *dh*, cum fuerint protractae super punctos *t*, *k*, qui sunt retro speculum, et copuletur linea *kt*, et secet eam linea *db*, cum fuerit producta, super punctum *l*. Forma ergo *z* videbitur penes *t*, et forma *h* penes *k*; linea vero *tk* est illa quae copulat terminos formae rei videndae, et situs eius est sicut positio *zh*. Quia igitur distantia punctorum *zh* a visu *e* est aequalis, et anguli refractionis aequales, erit distantia formarum *k*, *t* a puncto *e* aequalis, et quia utraeque lineae *et*, *el* sunt sicut lineae *ke*, *el*, unaquaeque sicut consors sua, et angulus *tel* sicut angulus *kel*, et exinde oportet angulos utrorum triangulorum aequales esse; erunt utique anguli penes *l* recti, et *kt* erit aequidistans lineae *zh*, et erit proportio *kt* ad *zh* sicut proportio *td* ad *zd*; sed *td* est maior quam *zd*, erit ergo *tk* maior quam *zh*; et quia sicut in praecedentibus demonstravimus, possibile est *zd* quandoque esse sicut *zt*;

quandoque vero maiorem et quandoque minorem, possibile est *zh* quandoque esse similem *kt*, et quandoque maiorem et quandoque minorem. Si vero fuerit translata *zh* ad locum *kt*, et habuerint eundem situm, angulus utique *ket* quandoque erit sicut angulus quem subtendit *zh*, cum fuerit situs et distantia eius sicut situs et distantia *tk*, et aspicitur sine reverberatione, et apparebit visui *e* aequalis illi; quandoque vero erit angulus, quem subtendit *zh*, maior et videbitur maior, quandoque vero fit angulus praedictus minor, et videbitur minor.

Et iterum communes res, quarum distantia a puncto *e* minor est quam medietas distantiae centri sphaerae ad alterum speculi laterum, conservant distantiam, quae copulat utrosque terminos magnitudinis, maiorem quam distantiam formae. In concavis speculis cum forma rei videndae apparuerit inter eam et visum, et habuerit situm quem praeposuimus, rectae lineae quae copulant terminos magnitudinum videndarum, quandoque apparent aequales formis earum, et quandoque maiores et quandoque minores, cum aspiciuntur sine reverberatione, et habuerint positionem ut formae earum, similem illis distantiam non translato visu.

Esto sectio circuli in concavo speculo *abg* (*fig.* 67), et centrum circuli *d*, et protrahatur linea *bd*, sitque visus punctus *e*, et linea quae copulat terminos rei videndae, *zh* ita posita, ut dividatur in duas medietates per lineam *db* ad rectos angulos, secundum quod decet in rebus, quarum situs est oppositus; et refringantur a puncto *e* ad punctos *h*, *z*, duo radii ad aequales angulos, et sint *eah*, *egz*, et protrahantur *zdt* et *kdh*, et iungantur lineis *ea*, *eg* in punctis *t*, *k*, et copuletur linea *klt*. Videbitur ergo forma *z* in puncto *t*, et forma *h* in puncto *k*, et erit linea *kt* copulans terminos formae, et situs eius erit sicut situs *zh*. Quia igitur sicut prius diximus, distantia visus *e* a punctis *z*, *h* debet esse aequalis, et anguli refractionum aequales, erit distantia *k*, *t* a puncto *e* aequalis, et utraeque lineae *ke*, *el* sicut lineae *et*, *el*, et angulus *kel* sicut angulus *tel*. Trianguli ergo *etl*, *ekl* habebunt aequales angulos, et anguli penes *l* erunt recti, et linea *tk* aequidistans lineae *zh*, et erit proportio *zh* ad *kt* sicut proportio *dz* ad *td;* et iam demonstravimus in praetaxatis, quod possibile est quandoque esse *dz* sicut *dt*, et quandoque minorem, quandoque vero maiorem. Possibile est ergo esse *zh* quandoque sicut *kt*; quandoque vero maiorem et quandoque minorem. Si vero fuerit translata *zh* ad locum *kt*, et situs eius fuerit sicut situs illius; angulus utique *ket* quandoque erit sicut angulus quem subtendit *zh*, cum fuerit situs et distantia eius sicut situs et distantia *kt*, et aspicitur sine refractione, et apparebit visui *e* aequalis, et quandoque erit maior et videbitur maior, quandoque autem minor, et videbitur minor. Omnes etiam res, quarum distantiae a puncto *e* minores sunt quam medietas distantiae centri sphaerae in altero laterum speculi, conservant distantiam, quae copulat terminos magnitudinis, maiorem quam distantiam quae est inter terminos formae.

In speculis concavis, cum retro ea fuerit forma rei quae in eis videtur, aut inter ea et visum, res utique rectae, cum habuerint situm oppositum, apparent concavae. Res autem circulares, quarum latus concavum est versus speculum et visibilem radium refractum, videntur concavae; quarum autem curvitas est versus speculum, quandoque videntur concavae, et quandoque rectae et quandoque curvae.

Sit ergo prius forma rei videndae retro speculum, et esto sectio circuli, qui est in concavo speculo abg (*fig.* 68), et centrum circuli d, et protrahatur linea bde, et dividatur linea abg per duas medietates in puncto b, et producantur per punctos a, g linea recta azg, et linea circularis, cuius concavitas sit versus speculum et radium refractum, et sit ahg, et sit dh maior quam hb, sitque visus punctus e. Videbitur ergo forma punctorum a, g de his duabus lineis in ipsis punctis a, g, et videbitur forma punctorum z, h retro speculum, z quidem in puncto k, h autem in puncto l. Demonstratum est enim, quod rerum, quarum distantia ab eodem visu maior est, distantia utique formarum erit maior; distantia autem h a visu e, accepta in radio refracto a puncto b, maior est quam distantia z ab illo, et punctus l remotior est quam punctus k, et utrique hi puncti sunt super formam. Forma ergo lineae ag videbitur super lineam, quae transit per punctos akg; forma autem circumferentiae ahg videbitur super lineam transeuntem per punctos alg. Concavitas quoque circumferentiae abg videbitur versus visum e, lineae itaque quae transeunt per punctos akg, alg habebunt maiorem concavitatem quam illa, quoniam proportio radii recti cadentis super eas ad radios obliquos maior est. Universaliter autem formae rerum rectarum et concavarum videntur concavae.

Rursus describatur circumferentia curva transiens per punctum b (*fig.* 69), tangens speculum et circumferentiam abg, et sit ebz, et producantur lineae deh, dzk, et sit de et dz maior quam ea et zg, et transeat per punctum b linea tangens circulum, et sit lbm. Possibile est ergo formam ez videri quandoque inter l, a et inter m, g et quandoque super punctos l, m, quandoque vero extra punctos l, m, velut punctos h, k, secundum distantiam *e* ab *a* et *z* a puncto *g*, et erit forma *b* in ipso puncto *b*. Cum autem fuerint formae *e*, *z* super punctos *l*, *m*, videbitur forma *ebz* curva super lineam *lbm* rectam, et cum fuerint formae *ez* inter *al* et inter *gm*, forma videbitur concava. Res enim, cum proportiones radiorum obliquorum cadentium super eas ad radios rectos fuerint minores, apparent concavae, et cum fuerit forma *ez* extra punctos *l*, *m*, forma eius videbitur super lineam curvam. Accidit etiam aliter quam diximus, quoties proportiones radiorum declinantium ad rectos erunt magnae; linea ergo *lbm*, quae est recta, cum aliquid ad comparationem illius fuerit concavum, et ipsa erit concava simpliciter, et cum aliquid ad comparationem eius fuerit curvum, et ipsa erit curva simpliciter.

Iterum ponatur forma inter visum et speculum, et esto sectio circuli in speculo concavo *abg* (*fig.* 70), et centrum circuli *d*, et protrahatur linea *edb* perpendicularis super speculum, sitque visus punctus *e*, et linea quae copulat terminos rei videndae *hz*, et secet eam linea *ed* per duas medietates ad rectos angulos. Cum igitur productae fuerint lineae *zdg*, *hdk*, apparebit forma *z* in puncto *t*, et forma *h* in puncto *k*. Copuletur ergo linea *tk*, et producatur ad circumferentiam in puncto *l*, et protrahatur linea *ldm*, et iungatur lineae *zh*, cum fuerit producta, in puncto *m*. Forma ergo puncti *m* videbitur inter punctos *d*, *l*. Nullus enim radiorum a visu procedentium refringitur de puncto *l* ad *m* ad aequales angulos; et si nos existimaverimus formam puncti *m* in puncto *n*, forma utique lineae *mh* rectae, videbitur super lineam quae transit per punctos *k*, *t*, *n*, et erit concavum latus huius formae a parte visus *e*. Similiter etiam fit, si existimaverimus, quod linea quae transit per punctos *z*, *h* sit circularis, et concavum latus eius a parte speculi. Cum enim constituerimus circumferentiam, ad quam visibilis radius refringitur, et concavum latus eius fuerit a parte speculi, ut circumferentia *h z s*, forma puncti *s* erit inter punctos *d*, *n*, sicut punctus *o*, et rursus erit linea, quae transit per punctos *k*, *t*, *o*, magis concava; ipsa vero est, quae describitur super formam rei videndae.

Item existimemus circumferentiam *zsh* (*fig.* 71), cuius curvum latus sit a parte speculi, et copuletur linea *z h* recta, quae copulet terminos rei videndae, et sit concava forma eius *knt*, et quia radii cum fuerint minores, forma rei, quae per eos videtur habet minorem distantiam, et distantia *s* a visu *e* minor est quam distantia *l*, cum accipitur in radio refracto a puncto *b*, et distantia formae eius, quae est *n*, minor est quam distantia *l*, punctus *s* videbitur inter *d* et *n*. Possibile est ergo formam eius quandoque videri super *m*, et erit forma *z s h* super lineam *t m k* rectam, et quandoque inter punctos *m*, *n*, et videbitur linea concava. Possibile quoque est formam quandoque videri inter punctos *d*, *m*, et erit linea curva secundum magnitudinem et parvitatem concavitatis; forma vero punctorum *z*, *h* erit stabilis super punctos *t*, *k*.

In concavis speculis cum forma rei videndae fuerit retro speculum, sentitur esse in illa parte qua res est vere, et cum translatae fuerint res videndae ad aliquam partium, apparent formae earum translatae ad eandem partem. Sit igitur sectio circuli in concavo speculo *a b g* (*fig.* 72), et centrum eius *d*, visus autem *e*, et duae res videndae a lateribus eius, et sint *z*, *h*, et producantur lineae *dzt*, *dhk*, et refringantur duo radii protracti ab *e* ad *z* et *h* ad aequales angulos, et sint *e a z* et *ebh*, et protrahantur lineae *ea*, *eb*, et iungantur lineis *dt*, *dk* in punctis *t*, *k*. Forma ergo *z* erit penes punctum *t*, et forma *h* penes punctum *k*, et erunt loca, in quibus sentiuntur formae, in partibus illis, in quibus sentiuntur vera res. Transferatur itaque *h* ad *l*, et refringatur ad eum ad aequales angulos *ehl*, et protrahatur *dlm*, et iungatur *eg* productae in puncto *m*. Erit ergo translata forma *k* ad punctum *m*, qui est in illa parte, ad quam translata est res vera.

Rursus si *h*, *l*, qui sunt res videndae, fuerint super visum, formae utique *k*, *m* erunt super visum, et apparebunt supra magnitudinem. Rerum enim, quarum facies verae sunt oppositae aspicienti, sublimitates comprehenduntur per radios sublimes. Si vero existimaverimus *h* et *l* a dextris visus, accidit esse formas eorum, quae sunt *k* et *m*, a dextris nostris, sed non putantur esse dextrae, quoniam id quod de radiis dextris, qui cadunt super formam verae rei oppositae faciei nostrae et apparet in dextra parte nostra, est a sinistra parte formarum, et per radios dextros comprehenditur sinistrum latus rei videndae, cum fuerit inter speculum et aspicientem opposita faciei nostrae, et recte aspicitur; sed in reverberatione comprehenditur dextrum latus, et facies formarum sunt nobis oppositae. Formae ergo quae sunt dextrae, existimantur esse sinistrae propter consuetudinem, quam visus solitus est habere in positione.

In concavis speculis cum forma rei videndae fuerit inter speculum et aspicientem, sentitur in diversa parte quam illa, in qua est res vera videnda, et cum res vera fuerit translata ad aliquam partium, apparet forma translata ad diversam illi partem. Esto sectio circuli in concavo speculo *abg* (*fig.* 73), cuius centrum *d*, visus autem sit *e*, et ex lateribus aspicientis sint duae res videndae *z*, *h*, et refringantur ad eas duo radii a puncto *e* per aequales angulos, et sint *eaz*, *ebh*, et producantur lineae *dzt*, *dhk*, quibus obvient lineae *ea*, *eb* in punctis *tk*. Erit ergo forma puncti *z* in puncto *t*, et forma puncti *h* in *k*. Formae ergo eorum videbuntur in partibus, quae veris rebus diversae sunt. Similiter etiam si punctus *h* transferatur ad punctum *l*, et refringatur ad eum radius *egl*, et linea *dlm* producta obviaverit lineae *eg* in puncto *m*, forma utique *h*, quae est *k*, erit translata ad partem diversam illi ad quam res vera translata est. Et iterum si fuerint *h* et *l* supra visum, formae eorum, quae sunt *k*, *m*, erunt nobis deorsum, et apparebunt ea quae sursum, deorsum. Res enim quae comprehenduntur per visibiles radios inferiores, videntur in parte inferiori rei videndae. Quod autem videtur ex huiusmodi reverberationibus radiorum inferiorum, apparet in superiori parte, et si existimaverimus *h* et *l* esse a dextris visus, formae earum, videlicet *k* et *m*, apparebunt in sinistra parte nostri, et sic apparebunt res dextrae sinistrae; quae enim videntur per radios dextros, apparent in sinistra parte, et quae comprehenduntur per radios sinistros de rebus veris faciei oppositis, apparent a dextris, et quae per has reverberationes videntur, illa quidem quae ad dextram partem moventur, apparent moveri ad sinistram, quoniam manus nostra non videtur moveri in forma ante se, sed ad diversam partem, et quod sit dextra manus; rerum enim oppositarum faciei illae quae comprehenduntur secundum directionem, habent situm dextrae partis in sinistra parte nostra.

Ex his igitur quae exposuimus, oportet ut in concavis speculis fiat diverso modo, quam in rebus quae in eis aspiciuntur, quandoque quidem fit sicut in rebus quae recte videntur, quandoque vero aliter. Secundum res quidem quae recte videntur, fit diversitas ex positione faciei ad faciem, et translatione eius retrorsum tantum, sicut demonstravimus, quod accidit in curvis et planis speculis. Formae enim rerum, quarum distantia ab eodem visu maior est, semper maiorem habent distantiam ab ipso visu; habitus enim reverberationum non habet efficaciam in translatione radiorum secundum directionem, sed tunc efficitur translatio diversa, cum fuerit ad laterales partes; visibiles enim radii, quorum hic est habitus, sunt diversi. Situs ergo, qui verbi gratia fuerit sursum, quandoque, sicut demonstravimus, videbitur sursum in concavis speculis, sicut videtur cum res fuerit ita posita, quod forma eius videatur retro speculum, et erit sicut res quae recte videtur; quandoque vero apparet deorsum translata aliter quam quod recte videtur. Res autem dextrae quandoque apparent in eis sinistrae, sicut accidit in his, quarum facies verae sunt nobis oppositae, quandoque vero aliter, videlicet in dextra parte. Idem quoque visus videt formam eiusdem rei in huiusmodi speculis quandoque unam et quandoque plures, et cum visus fuerit stabilis et non movetur, quibusdam de formis rerum erit maior distantia a visu, quam ipsa res videnda, quibusdam vero minor. Diametri autem formarum magnitudinum videndarum quandoque videntur sicut diametri istarum rerum, et quandoque maiores et quandoque minores. Figurae autem quarumdam rerum apparent similes figuris formarum in imagine ut concavae, et quarumdam figurae apparent dissimiles ut rectae, et quarumdam figurae quandoque apparent similes, et quandoque dissimiles, ut curvae. Quod autem ex sensibilitate diversitatum istorum omnium fit, apparet secundum sequentiam praepositorum principiorum.

Omnia igitur quibus indigetur in sermone de formis, quae videntur in simplicibus speculis et non commixtis, fere haec sunt quae diximus.

Quod autem fit ex compositione trium figurarum primarum, et quod accidit in eis de compositione figurarum, videlicet planae et curvae et concavae, possibile est intelligere volenti illud dignoscere, cum ratiocinatus fuerit secundum praetaxata; et si quis perpenderit ea quae dicta sunt de speculis planis, curvis et concavis, et de figuris quae fiunt in unoquoque eorum, secundum quod exposuimus, et coaptaverit his illa quae propria sunt diametris eorum, et diametris rerum quae videntur ex opposito, non indigebit alio sermone in huiusmodi contemplatione, nisi voluerit eadem repetere.

Facile enim erit consideranti ex praedictis dignoscere species differentiae formarum, quae fit in singulis compositionibus; nec tamen nocet quaedam breviter dicere de ipsis diversitatibus.

Specula igitur composita ex directione et curvitate, sicut illa quae similia sunt cylindro, cum visus fuerit a curva parte eorum, et longitudo rei videndae fuerit erecta in ipso speculo, et situs rei fuerit aequidistans longitudini speculi, longitudo utique apparebit tunc moderata, et latus sublimius erit sursum, inferius deorsum; latitudo vero minor, et quod est a dextris, apparebit a sinistris, et quod a sinistris a dextris. Sed cum latitudo rei videndae fuerit aequidistans longitudini speculi, latitudo quidem apparebit moderata, et rursus videbuntur res dextrae sinistrae, et sinistrae dextrae; longitudo autem videbitur brevior, et quod sursum, apparebit sursum, et quod deorsum, deorsum.

In speculis vero compositis ex concavitate et directione, ut figura cylindri, cum concava pars eius fuerit a parte aspicientis, formae quidem quae fiunt in ipsa concavitate, cum fuerint retro speculum, et longitudo rei videndae aequidistans longitudini speculi, longitudo quidem apparebit moderatae quantitatis, et quod fuerit sursum, videbitur sursum, et quod deorsum, deorsum. Latitudo autem videbitur maior, et quod a dextris videbitur a sinistris, et quod a sinistris a dextris; et cum latitudo fuerit aequidistans longitudini speculi, ipsa quidem latitudo apparebit moderatae quantitatis, et rursus videbuntur dextrae res sinistrae, et sinistrae dextrae; longitudo autem maior, quod sursum sursum, et quod deorsum deorsum. Sed cum forma apparuerit ex parte concavitatis inter speculum et visum, longitudo utique cum fuerit aequidistans longitudini, apparebit moderatae quantitatis, et quod sursum, sursum, et quod deorsum, deorsum; latitudo vero quandoque apparebit moderatae quantitatis, et quandoque maior et quandoque minor, et res dextrae videbuntur sinistrae, et sinistrae dextrae; sed cum latitudo fuerit opposita longitudini speculi, latitudo erit moderatae quantitatis, et res dextrae apparebunt sinistrae et sinistrae dextrae; longitudo vero quandoque apparebit moderatae quantitatis, et quandoque longior et quandoque brevior, et quod sursum videbitur deorsum, et quod deorsum sursum.

In speculis autem compositis ex concavitate et curvitate, cum forma rei videndae debeat videri propter concavitatem retro speculum, et fuerit longitudo rei videndae in speculo opposita lineae speculi curvae, longitudo videbitur brevior, et quod sursum, sursum, et quod deorsum, deorsum; latitudo vero apparebit maior, et res dextrae sinistrae, et sinistrae dextrae. Sed cum fuerit latitudo opposita curvae lineae, videbitur minor, et quod a dextris, rursus videbitur a sinistris, et quod a sinistris, videbitur a dextris; longitudo autem videbitur maior, et quod sursum, sursum, et quod deorsum, deorsum. Cum autem forma debeat propter concavitatem videri inter speculum et visum, cum fuerit longitudo rei videndae opposita lineae speculi curvae apparebit brevior, et quod sursum, sursum, et quod deorsum, deorsum. Latitudo autem quandoque apparebit maior et quandoque minor, et quandoque moderatae quantitatis, et quod a dextris videbitur a dextris, et quod a sinistris a sinistris. Sed cum latitudo fuerit opposita lineae curvae, videbitur minor, et dextra sinistra, et sinistra dextra; longitudo autem videbitur quandoque moderatae quantitatis, et quandoque maior et quandoque brevior, et quod sursum deorsum, et quod deorsum sursum.

Generaliter autem in omnibus formis, quae sunt in speculis compositis, fiunt loca translationis in ante et retro diversa, eo quod quaedam eorum sunt propinquiora, et quaedam remotiora, et non fiunt secundum translationem, quae fit in rebus recte videndis, nec sicut fit in rebus, quarum omnes partes apparent secundum maius et minus.

Fit etiam speculum ex pyramide, et forma quae est in eo, habebit acutum angulum, cum visibilis radius infra ceciderit super eam; fit enim ex compositione linearum rectarum et concavarum. Fit autem speculum in pyramide ab exteriori parte ex compositione linearum rectarum et curvarum, sicut exposuimus. Constituatur speculum, infra quod visus cadat, et esto simile pyramidi, cuius triangulus sit *abg* (*fig.* 74), et axis eius *ad*, et sit super *ad* punctus *e*, sitque visus super axem *ad*, cum fuerit producta, in puncto *z*, et refringatur inter *z* et *e* radius ab *ag* ad aequales angulos, et sit *zhe*, et protrahatur perpendicularis *et* super *ag*, et iungatur *zh*, cum fuerit producta, in *k*. Iungitur ergo ei retro speculum, et quia angulus *kta* est rectus, et angulus *zhg*, qui est sicut angulus *thk*, est minor recto, accidit fieri formam *e* in omni circulo, per quem transit punctus *k*, cum volvitur superficies *ezk* circa axem *az;* et cum reverberatio ista pervenerit ad *ad*, et fuerit producta; forma utique videbitur in universo circulo, qui transit per punctum *h* propter concavitatem speculi, cum axis *ad* fuerit stabilis, et circa eum volvitur superficies, quoniam superficies quae transeunt per axem, omnes erunt super pyramidis superficiem ad rectos angulos, sicut superficies, quae transeunt per centros sphaerarum, sunt super earum superficies ad rectos angulos.

Similiter etiam cum fuerit figura similis pyramidi, cuius basis non sit circulus, sed habuerit figuram basis ex rectis lineis; visus autem aspicientis in eam fuerit dispositus sicut in praecedenti figura, non accidit tunc fieri reverberationem a circulo, nec videbitur forma in circuitu, sed fit reverberatio ab uno puncto ex unoquoque laterum speculi, et erit ille punctus, qui est super lineam procedentem a capite pyramidis inter latera, et continet cum latere basis rectum angulum. Possibile est autem superficies istas, quae transeunt per has sectiones tantum ad partem uniuscuiusque superficiei laterum, quae continet reverberationem, transire per axem et incidere in locum, ubi est visus et res videnda, et erit numerus earum sicut numerus laterum.

In huiusmodi ergo rebus fit forma rei una, ita tamen ut non ponatur principium, quod res de qua fit forma, sit magna, sed cum acciderit casum visus fieri in superficiem pyramidis speculi, accidit simile huic. Si enim signaverimus circulum in superficie eius, et posuerimus colorem eius splendidum, ita ut sit parum maior quam circulus basis pyramidis, et posuerimus medium eius super punctum *d* diligenti perscrutatione, et aspexerimus a capite pyramidis secundum directionem axis, accidit utique videri circulum, qui signatus est extra basem. Esto igitur ipsum speculum *abg* (*fig.* 75) et axis eius *ad*, et producantur *dae* et *bgz* et *agh*, sitque visus *e* et res videnda *z*, et refringatur radius ex his qui procedunt ab *e* ad *z* ad aequales angulos, ut *et*, *tz*, et protrahatur *zh* perpendiculus super *ah*, et iungatur lineae *et*, cum fuerit producta, in *k*. Punctus *k* ergo erit retro speculum, angulus enim *kht* est rectus, et angulus *htk* acutus. Forma ergo puncti *z* erit penes *k*, et cum voluta fuerit superficies ista circa axem *ad*, et per circumscriptionem suam constituatur pyramis, punctus utique *z* transeundo constituit circulum penes basem illius super rem videndam, et punctus quidem *k* erit super formam eius, punctus quoque *t* super locum, unde videtur forma a speculo, sicut invenimus ex his quae apparent, et secundum praedicta principia.

Fiunt etiam in speculis compositis ex speculis figura similibus plures formae rei unam imaginem habentis, cum talis fuerit compositio speculi, ut appareat aspicienti tamquam figura sphaerae, et hac de causa unumquodque speculum aptum est unum locum suscipere penes visibiles radios. Esto sectio circuli *abgd* (*fig.* 76), et centrum eius *e*, et protrahantur per aequales distantias lineae *ab*, *bg*, *gd*, sitque visus secundum unam speciem in puncto *e*, et superficies *abgd* sit una, et transeat per sphaeram et radium refractum, sintque radii, quos continet species per unumquodque speculum in refractionibus, *ez*, *eh*, *et*, *ek*, *el*, *em*. Quod ergo fuerit intèr *ht* et *lk*, et omne quod ceciderit super angulos cum refringitur, cadit extra figuram speculi; quod autem fuerit inter *zh* et *tk* et *lm* cum refringitur, cadit extra figuram speculi, et numerus formarum earum erit aequalis numero speculorum. Unusquisque enim radiorum refractorum a speculo continet totum, tamen non omnes coniunctiones, quae inde fiunt, erunt continuae, sed erunt disgregatae penes minutiones, et erit refractio a rebus quae sunt extra figuram speculi; et sicut in rebus quae recte videntur, illae quae sunt disgregatae, apparent manifestius, sic iterum et hic una res, quam continet angulus separatus et visibilis radius, non apparet continua in pluribus locis, quorum anguli habent numerum aequalem, cum prorsus non fuerit diversitas in numero formarum, et figura speculi in principio taxato recta extiterit, et fuerit in ipso speculo curvitas aut concavitas, et de angulis, qui sunt penes coniunctionem, fiant minutiones necessario; tamen potius fiunt diversitates in essentia sua et in moderatione distantiarum in unaquaque formarum et assimilatione situs, aut non ita fit, sed fit contrarium, fitque forma unius rei in pluribus speculis secundum numerum superficiei, et praecipue planis, in quibus fit constitutio formarum, sicut accidit cum fuerit visus et res videnda hinc inde, et fuerit inter eos posita res tegens. Plura enim fiunt in huiusmodi positione secundum circuitionem radii in duobus vel pluribus speculis planis suscipientibus reverberationem ad rem videndam, et fiunt formae eorum secundum directionem radii. Sit ergo exemplum, quo fiant manifesta quae diximus, tale. Constituatur visus in puncto *a* (*fig.* 77), et res videnda sit *b*, et inter eos aliqua magnitudo tegens, et sit *g*, et protrahantur a punctis *a*, *b* ad opposita eis loca *ad* et *be*, et copuletur linea *de*, et dividatur angulus *ade* in duas medietates per lineam *dz*, et angulus *bed* in duas medietates per lineam *eh*, et protrahantur super *dz* et super *eh* duae perpendiculares *kdt*, *lem*, quae existimentur esse duae rectae lineae in duobus planis speculis, secundum principia, quorum positionem praetaxavimus. Erit ergo reverberatio ad aequales angulos super lineam *de*, et erit reverberatio *de* super *eb*; huiusmodi enim lineae continent cum perpendicularibus super specula cadentibus aequales angulos. Visibilis enim radius procedens ab *a* refringitur, utpote *adeb*, et sentitur res videnda in *b*, ita videlicet, ut forma eius similis sit primis principiis in loco speculi, quo conveniunt perpendicularis cadens a re videnda super speculum, et linea recta quae procedit a visu. Linea autem quae est secundum directionem visibilis radii, una est semper, et est *ad*; perpendiculares autem quae producuntur a re videnda, plures sunt, et numerus earum aequalis est numero speculorum, et impossibile est illas omnes convenire in situ primi visus, sed cadit inde super ipsum speculum punctus *a* tantum, qui est novissimus reliquarum perpendicularium, ubi fit consistentia visibilis radii primi penes speculum utrisque commune, secundum principium, quod praeposuimus de visibilibus radiis; et cum fuerit protracta a puncto *b* ad *le* perpendicularis *bm*, quousque iungatur *de*, cum fuerit producta in puncto *n*, erit primus terminorum perpendicularis punctus *n*, qui est ultima refractionum, quae fit a puncto *e*. Et iterum cum ab ipso puncto protracta fuerit perpendicularis ad *tk*, ut *kn*, quod possibile est, cum angulus *edk* fuerit acutus, ita ut iungatur visibili radio, qui est *ad*, cum fuerit productus, in *s*, erit utique terminus perpendicularis novissimae punctus *s*, qui est prima ex reverberationibus *d*, et erit forma *b*, quae apparet visui *a* in puncto *s*, principiis scientiae planorum speculorum observantibus visibilem certitudinem; quoniam *ads* est sicut *ad*, *de*, *eb* simul acceptae. Quia ergo *be* est sicut *en*, et *nd* est sicut *ds*, cum linea *ad* utrique parti communiter fuerit opposita, erit tota *as* sicut lineae *ad*, *de*, *eb* simul acceptae.

Accidit autem propter ea quae diximus, cum fuerint reverberationes plures, et magnitudo formarum et rerum verarum aequalis, secundum quod est proprium planis speculis, et non fuerit positio aequalis; tunc enim apparet magnitudo aequalis, cum numerus speculorum fuerit impar tantum; pari enim existente, apparet dextra sinistra, et sinistra dextra. Sit ergo visus *a* (*fig.* 78) et res videnda *bg*, et tegens sit *d*, sitque reverberatio ex tribus speculis, videlicet *ez*, *ht*, *kl*, et refringatur ad partem *b* radius ad aequales angulos in omnibus speculis, et sit *ae*, *eh*, *hk*, *kb*, et refringatur ad *g* radius *az*, *zt*, *tl*, *lg*, et protrahantur radii, et iungantur perpendicularibus, secundum primam quidem distantiam in *mn*, secundum distantiam secundam vero in *so*, secundum tertiam autem, quae est penes magnitudinem, *bg*, apparebit in *cq*. Manifestum est ergo ex his quae praeposuimus, hoc fieri secundum aequalem distantiam. Cum anguli enim oppositi sint aequales, et radii refracti cum extensi fuerint, semper efficiantur recti, oportet ut *kb* et *gl* coaptentur super *km* et *ln*; *hm* autem et *tn* super totam *hs* et *to*; *es* vero et *zo* super totam *ec* et *zq*. Simili itaque modo visus *a* comprehendit *bg* in speculis, sicut id quod recte videretur, cum fuerit in simili loco et in simili situ, videlicet in *cq*, ubi res comprehenduntur secundum hanc dispositionem per angulum *eaz*, et apparent aequales. Manifestum quoque est, quod cum positio rerum videndarum fuerit in oppositione visibilis radii cadentis super eas, in tribus speculis de magnitudine utique *bg* punctus *b* apparebit dexter propter *m* et *s*, qui sunt super *c*, et videbitur positus in dextris partibus visus *a*, et punctus *g* propter *n* et *o* apparebit super *q*, qui est in sinistra parte visus *a*; et cum arbitrati fuerimus duo esse specula, videlicet *ez*, *ht*, et fuerit punctus *m* sinister in magnitudine *mn*, apparebit utique per speculum *th* super *c*, et habebit positionem dextram, secundum quod apparet visui *a*, et *n* dexter super *q*, qui est in sinistra parte.

Accidunt ergo similia, cum specula fuerint, sicut diximus, paria, quoniam in singulis reverberationibus vertitur visibilis radius ad diversam partem, sicut in rebus quae recte apparent, quarum dextrae partes faciei oppositae faciei nostrae comprehenduntur per radios sinistros, et sinistrae per dextros.

Et cum fuerit speculum unum et reverberatio una, ex reverberatione utique prima videntur res dextrae per radios dextros e diverso a priori modo, et e diverso a re quae recte videtur.

Similiter etiam contingit, si fuerint plura specula imparia; accidit enim secundum sequentiam permutatim fieri reverberationes in speculis paribus, sicut in rebus quae recte videntur, et faciunt reversionem propriam positioni. Cum autem specula fuerint imparia, fit e diverso, et secundum modum qui proprius est primae reverberationi.

SERMO QUINTUS

De Opticis Tholomaei.

Cum de eo quod accidit in fractionibus visibilis radii, aliud quidem est secundum adversationem, et fit ex reverberatione existente a rebus quae prohibent penetrationem, et continentur sub nomine speculorum, aliud autem existit secundum penetrationem, et fit ex flexione existente in rebus, quae non prohibent penetrationem, et subiacent uni nomini, videlicet quod penetrat visus.

In praecedentibus quoque sermonibus exposuimus ea quae de speculis, et explicavimus inde, quantum per illud possibile sit demonstrari, diversitates formarum rerum videndarum secundum praetaxata principia in scientia opticorum, et quid accidit exinde unicuique rerum videndarum. Restat nobis hic discernere id quod accidit de diversitatibus earum, cum aspicitur ad eas per ea quae visus penetrat.

Quod quidem haec species fractionum visibilis radii non cadit in universis humoribus et rebus subtilibus, sed cadit inde in unaquaque earum aliqua quantitas, cum qua remanet aliquid simile rei qualicumque existenti, ut possit penetrare tantum; et quod secundum rectitudinem procedit, per fractiones radiorum sine impulsu tantum in superficiebus determinantibus diversitates humorum in subsistentia sua; et quod flexio non fit in translatione a rebus subtilioribus et tenuioribus ad grossiores tantum, sicut fit in reverberationibus, verum etiam in translatione a grossiori re ad subtiliorem; et quod nulla fit in eis flexio ad aequales angulos, sed habent similitudinem quamdam et quantitatem, quae sequitur habitudinem perpendicularium, dictum est in praecedentibus.

Augmentationes autem angulorum particulares, quorum hic est ordo, debemus nunc distinguere, dicentes prius sermonem de rebus communibus, in quibus conveniunt huiusmodi flexiones, et res quae apparent in reverberationibus, videlicet quod quicquid iterum in aliquo istorum videtur, videtur secundum directionem radii, qui ad illud flectitur a visu, id est secundum rectitudinem radii, qui procedit a visu ad superficiem de qua fit fractio, et secundum rectitudinem perpendicularis cadentis a re videnda in superficiem, de qua fit fractio. Debet ergo iterum exinde, sicut ex praecedentibus, superficies quae transit per radium fractum, esse directa super superficiem, de qua fit fractio.

Quod quidem ex his sequitur illud quod pertinet naturae sensuum et habet quantitatem, retulimus in loco quo praeposuimus principia, quibus utimur in speculis.

Quod autem est apparens et manifestum, possibile est nobis intelligere per se ex nummo qui sit in vase, quod vocatur *baptistir*. Visus enim cum steterit fixus in loco quo radius qui transit per marginem vasis, efficitur sublimior nummo, et manente isto in statu suo, effundatur aqua in vase moderate, quousque radius qui transit per marginem vasis, frangatur ad interiora, et ceciderit super nummum; accidit inde, res, quae prius non videbantur, videri tunc super lineam rectam protractam a visu ad locum sublimiorem vero loco, et existimabitur radius non esse refractus ad eas, sed quod ipsae natent et eleventur ad radium, et hac de causa apparebunt secundum perpendicularem cadentem super aquae superficiem, iuxta principia quae prius explicavimus.

Si enim posuerimus visum punctum a (*fig.* 79), et distinctionem communem superficiei, quae transit per radium fractum et superficiem vasis radium qui procedit ad marginem vasis qui est b, et est radius abd; et posuerimus nummum in loco g, qui est in inferiore parte vasis, quamdiu vas erit vacuum, nummus utique non videbitur, quoniam visibilem radium, qui posset ad illum recte procedere, tegit illud quod est in parte puncti b de corpore instrumenti. Cum autem infunditur in vase tantum de aqua, quousque superficies eius transeat per lineam zhe, flectitur linea abh super lineam gh, qua sublimior est ah, et videbitur tunc locus nummi super perpendicularem cadentem a puncto g super eh, ut perpendicularis lkg quae iungitur lineae ahd in puncto k, et erit situs illius quod inde apparet, super radium productum a visu, et recte transeunte per punctum k, qui est sublimior vera linea et propinquior superficiei aquae, et videbitur in puncto k.

Fit etiam quantitas flexionis, quae accidit in aqua et cadit subtus visum, secundum illud experimentum quod fit per plancam, quam constitueramus aeream ad perscrutanda ea quae de speculis; in qua constituatur circulus $abgd$ (*fig.* 80) super centrum e, et protrahantur duo diametri secantes se invicem ad rectos angulos, videlicet aeg, bed, et dividatur unaquaeque quarta pars per nonaginta partes aequales, et ponatur super centrum magnitudo quaedam valde parva colorata quolibet colore, et constituatur planca erecta super pelvim parvam, et infundatur ibi aqua clara, et sit moderatae quantitatis visui penetrabilis, sitque divisa superficies plancae, erecta super aquae superficiem ad rectos angulos, medietas autem circuli, quae est bgd, tota sit infra aquam, et nihil aliud praeter illam sit ibi; sitque diameter *aeg* perpendicularis super aquae superficiem. Sumatur quoque in altera de duabus quartis plancae, quae sunt super aquam, a puncto *a* circumferentia data, ut *az*, et rursus ponatur super latus *z* aliqua parva magnitudo colorata. Si itaque aspexerimus cum altero oculorum, quousque apparebunt nobis utraeque quantitates insimul super radium procedentem a visu, videlicet quantitas *z* et quantitas *e*, et volverimus fustem parvum subtilem super circumferentiam oppositam in aqua existentem, quae est *gd*, quousque apparuerit extremitas fustis, quae est a parte circumferentiae in oppositione duarum magnitudinum praedictarum, et sumpserimus partem circumferentiae quae est inter *g* et punctum quo recte apparet, utpote *gh*, invenietur utique semper circumferentia ista minor quam *az*, et cum copulaverimus lineas *ze*, *eh*, erit angulus *aez* maior angulo *geh*; quod non fit nisi cum accidit fractio, id est cum radius *ze* frangitur ad *h* secundum augmentum alterius angulorum oppositorum super alterum. Rursus si posuerimus oculum super perpendicularem *ae*, inveniemus formam in oppositione et rectitudine, et erit cadens super *g*, nec accidit ei aliqua fractio. In universis autem reliquis speciebus positionis, cum circumferentia *az* fuerit maior, iterum erit circumferentia *gh* maior, et erit fractio radii maior; cumque fuerit circumferentia *az* decem partium de nonaginta, quibus divisa est quarta pars circuli, erit circumferentia *gh* octo partium ad prope, et cum fuerit *az* viginti partium, erit *gh* quindecim partium et dimidiae; et cum fuerit *az* triginta, erit *gh* viginti duarum et dimidiae; et cum fuerit *az* quadraginta, erit *gh* viginti novem, et cum fuerit *az* quinquaginta, erit *gh* triginta quinque; et cum fuerit *az* sexaginta, erit *gh* quadraginta et dimidiae; et cum fuerit ax septuaginta, erit gh quadraginta quinque et dimidiae; et cum fuerit ax octoginta, erit gh quinquaginta.

X	VIII	XX	XV et dimidius
XXX	XXII et dimidius	XL	XXVIIII
L	XXXV	LX	XL et dimidius
LXX	XLV et dimidius	LXXX	L

Quantitates quidem fractionum quae fiunt in aqua, invenimus, sicut est expositum, non existente inter aquas sensibili diversitate propter grossitudinem et subtilitatem earum.

Si vero aspexerimus a grossitudine naturalis aquae ad subtilius corpus, apparebit multa diversitas de augmento quod fit in angulis et in quantitate flexionis, quae fit in transitu radii ab aqua, quae spissior est, ad id quod est subtilius. Sed quia impossibile est nobis per praedictum experimentum perpendere habitum fractionis, quae fit cum radius procedit a grossiori humore ad subtiliorem, disposuimus inquirere ordinem angulorum taliter.

Fiat de vitro puro semicylindrus secundum similitudinem medietatis plancae rotundae, descriptus per circumferentiam tkl (*fig.* 81), sitque diameter eius minor diametro plancae aereae quam praediximus, et aptetur basis eius super plancam, ita ut tota illi coniuncta sit; et centrum eius sit in *e*, et diameter eius super diametrum *bd* ut *tl*, *ae* vero sit perpendicularis super latus vitreae superficiei. Omnes ergo lineae, quae protrahuntur a puncto *e* ad circumferentiam *bgd* et ad circumferentiam *tkl*, erunt perpendiculares. Si itaque ipsum experimentum simili praecedenti modo disposuerimus, et signaverimus aliquod parvum signum in superficie cadente super punctum *e* in medio lateris semicylindri, aspexerimus quoque cum altero oculorum secundum directionem lineae *ae* ad marginem vitri, res utique quam volverimus super circumferentiam oppositam huic circumferentiae, quousque appareat ante se, invenietur posita super ipsum *g*, linea enim *aeg* est perpendicularis super unamquamque ex *tel*, *tkl*. Et cum volverimus visum, quousque pervenerit ad locum adversum huic loco, et aspexerimus secundum directionem lineae *ge*, quae super marginem volvitur, apparebit nobis res in oppositione *ge*, erit situs eius super *ea*, et non erit fractio in exitu de vitro ad aerem hac eadem de causa. Si vero sumpserimus aliquam circumferentiam datam a puncto *a*, ut circumferentiam *az*, et protraxerimus lineam *ze*, colorantes eam colore nigro, et rursus aspexerimus hic, quousque res quae volvitur retro vitrum, videatur in directione ipsius lineae, et signaverimus aliquo signo locum quem invenerimus, ut locum *h*, quousque color niger efficiatur continuus cum *eh*, inveniemus iterum hic quod angulus *aez* maior est angulo *geh*, et inveniemus augmentum eius maius quam augmentum eius in aqua, ubi erat distantia sicut haec distantia. Cumque steterimus in loco puncti *h*, qui est oppositus puncto *e*, et aspexerimus ab ipso puncto *h*, secundum *he*, apparebunt utrique simul super unam et eamdem lineam; et quia in hoc loco apparuit flexio radii, oportet, ut cum radius processerit ab aere ad vitrum sicut *ze*, et fuerit fractus supra *eh*, aut processerit a vitro ad aerem ut *he*, et fuerit fractus super *ez*, cadat fractio in latus *t;* et cum perpendiculares quae protrahuntur ab *e* ad *tkl* fuerint similes, non flectuntur, sive sint accedentes sive recedentes.

Et si iterum hic perscrutati fuerimus quantitates fractionum in unaquaque specierum situs, inveniemus, quod cum visus fuerit in distantiis aequalibus distantiis praedictis, quantitas utique anguli, qui est in aere penes punctum *e*, quemque continet perpendicularis *ae* et radius *ez*, cum fuerit decem partium de nonaginta attributis quartae parti circuli, erit angulus *geh* septem partium ad prope, et cum fuerit primus angulus viginti partium, erit alter tredecim et dimidiae; et cum ille fuerit triginta, iste erit novendecim et dimidiae; et cum ille fuerit quadraginta, iste erit viginti quinque; et cum ille fuerit quinquaginta, iste erit triginta; et cum ille fuerit sexaginta, iste erit triginta quatuor et dimidiae, et cum ille fuerit septuaginta, iste erit triginta octo et dimidiae, et cum ille fuerit octoginta, iste erit XLII.

X	VII	XX	XIII et dimidius
XXX	XVIIII et dimidius	XL	XXV
L	XXX	LX	XXXIIII et dimidius
LXX	XXXVIII et dimidius	LXXX	XLII

Invenientur autem fractiones minores, cum vitrum positum fuerit in loco contiguationis eius cum aqua, quoniam differentia refractionum, quae fiunt inter haec corpora, non est magna. Differentia enim in subtilitate, quae est inter aquam et vitrum, minor est ea quae est inter aerem et unumquodque istorum corporum. Verum possibile est nobis et iterum hic sumere quantitatem fractionum sicut exponemus. Coaptetur semicylindrus vitreus (*fig.* 82) cum planca aerea, et constituatur ita ut conservet positionem, qua centrum eius fiat idem centro plancae, et rursus parum coloretur locus in quo est *e*, et erigatur planca in pelvi ad rectos angulos super superficiem aquae, in qua medietas illius est, et constituatur curvum latus vitri, super quo est *tkl*, desuper, et effundatur in pelvi de aqua tantum quanto linea *tel* de semicylindro existat super aquae superficiem, et sumatur in subtiliori humore, videlicet in aqua, quaelibet circumferentia ut *gh*, et iterum sit decem partium. Ponatur autem super *h* aliquod subtile coloratum, et aspiciatur cum altero oculorum, quousque res quae volvitur super circumferentiam *ab*, ut *z*, videatur secundum directionem puncti *h* et loci colorati qui est *e*. Quo ita disposito, protrahantur duae lineae *eh*, *ez*. Si ergo sumpserimus angulum qui fit in grossiori re, videlicet in vitro, qui dignoscitur per circumferentiam *ab*, inveniemus per hoc experimentum, quod angulus qui est in aqua et succedit perpendiculari, videlicet angulus *geh*, cum fuerit decem partium, nonaginta attributis recto angulo, fit angulus qui est in vitro, utpote angulus *aez*, novem partium et dimidiae ad prope, et cum angulus qui est in aqua, fuerit viginti, angulus qui in vitro, erit decem et octo et mediae, et cum ille fuerit triginta, iste erit viginti septem; et cum ille fuerit quadraginta, iste erit triginta quinque; et cum ille fuerit quinquaginta, iste erit quadraginta duarum et dimidiae; et cum ille fuerit sexaginta, iste erit quadraginta novem et dimidiae; et cum ille fuerit septuaginta, iste erit quinquaginta sex; et cum ille fuerit octoginta, erit hic sexaginta duarum.

X	VIIII et dimidius	XX	XVIII et dimidius
XXX	XXVII	XL	XXXV
L	XLII et dimidius	LX	XLVIIII et dimidius
LXX	LVI	LXXX	LXII

Decet ergo nos hic primum dicere universalem sermonem, sicut fecimus in rebus quae recte videntur, idest quod res quae dicuntur videri super unam lineam, videntur per unum et eumdem radium visus, quod debemus intelligere secundum accidens et non vere. Visum enim prohibent res primo obviantes ei incidenti super res eis succedentes; cum enim visus non penetraverit primas res, res quae sunt retro primas, non apparent per radios praedictos. Manifestum est ergo illas non videri per alium radiorum succedentium, et erit manifestum quod cum non apparuerint uni et eidem visui, qui, nisi tectus fuerit, videt primam rem, situs earum ad invicem rursus erit rectus; omnes enim coaptantur super positionem ipsius visibilis radii.

Rursus possibile est nobis dignoscere, quod in loco contiguationis aeris ad aetherem fit flexio visibilis radii propter diversitatem istorum corporum duorum, ex his quae apparent, et sunt haec. Invenimus res quae oriuntur et occidunt magis declinantes ad septentrionem, cum fuerint prope horizontem, et metitae fuerint per instrumentum quo mensurantur sidera. Cum enim fuerint orientes vel occidentes circuli utique aequidistantes aequinoctiali, qui describuntur super illas, propinquiores sunt ad septentrionem quam circuli qui describuntur super illas, cum fuerint in medio coeli; et quanto magis appropinquant horizonti, habent maiorem declinationem ad septentrionem; siderum vero semper apparentium distantia a septentrionali polo erit minor, cum fuerint in meridiana linea versus horizontem. Cum enim fuerint in linea meridiana in loco qui propinquior est puncto, qui est super caput nostrum, fit in ipso loco circulus aequidistans aequinoctiali maior, in priori autem loco fit minor, quod accidit propter flexionem visibilis radii, quae fit a superficie quae determinat inter aerem et aetherem, quae debet esse sphaerica, et centrum eius est centrum commune universis elementis, quod est centrum terrae.

Esto ergo prius punctus existens super capita aspicientium *e* (*fig.* 83), sitque maior circulus de his qui cadunt in sphaeris huiusmodi rerum, quas diximus, qui in terra quidem circulus *ab*, qui in superficie autem terminante aerem et aetherem sit *gd;* circulus vero qui transit per quaedam sidera sit *ez;* centrum autem omnium sit punctus *h*, et protrahatur linea *eah*, sitque visus punctus *a*, et linea cadens super distinctionem communem horizonti et circulo *gd* linea *adz;* sitque iterum *dt* perpendicularis super circulum, et arbitremur *adk* esse visibilem radium fractum a puncto *d* super *kd*, sitque stella super punctum *k*, et quia visibilis radius frangitur super loci superficiem ad locum remotiorem a puncto *e*, de linea erecta super superficiem, de qua fit flexio ad aequales angulos, erit utique angulus *kdt*, qui est in subtiliori corpore, maior. Videbitur ergo stella a puncto *e* super lineam *adz*, et erit distantia eius a puncto, qui est super capita, minor quam vera distantia. Videbitur enim in distantia quae est circumferentia *ez*, vice circumferentiae *ke*.

Quanto magis igitur positio fuerit sublimior, erit diversitas loci, in quo videtur stella, ad verum locum, minor; et si fuerit in *e*, non fiet flexio, quoniam a visibili radio, qui procedit a puncto *a* ad punctum *e*, non fit flexio; tunc enim erit perpendicularis super superficiem, de qua fit flexio.

His itaque praepositis, constituatur circulus horizontis *abg* (*fig.* 84), et medietas circuli meridionalis, qui est super terram *aezg;* et punctus qui est super capita, sit *e*, et polus apparens de polis sphaerae punctus *z;* sitque sectio, quae est supra terram de linea aequidistante aequinoctiali transeunte per quasdam stellas *bhd*, sitque stella quae est super hanc lineam prope horizontem, penes punctum *t;* et sit medietas circuli, quae est super terram de circulo transeunte per punctum qui est super capita, et per stellam *t* semicirculus *ketl*. Quia igitur stella cum fuerit prope horizontem, videtur propinquior ad punctum qui est super capita, quam ad verum locum suum, et differt a vero loco suo in maximis circulis, qui transeunt per punctos horizontis, locus utique in quo stella videtur, quae est super punctum *t*, erit inter *e* et *t*, sicut apparet in puncto *m*, et linea aequidistans aequinoctiali, quae transit per punctum *m*, magis declinabit ad septentrionem quam linea aequidistans aequinoctiali, quae transit per punctum *t* (qui est in parte nostra de climate habitato declinans ad septentrionalem partem), et cum stella fuerit elevata ad locum *h*, pervenit ad locum ubi refringitur radius sine sensibili diversitate facta inter situm apparentem et situm verum. Item si posuerimus punctum *z* polum septentrionalem, et descripserimus aliquem de aliis circulis aequidistantibus aequinoctiali semper apparentibus, ut circulum *nsf*, cum fuerit utique stella in puncto *s* huius circuli, apparebit propinquior puncto *e*, qui est super capita in proclivitate, et videbitur esse quasi in puncto *o*, et cum stella fuerit in puncto *n*, non accidit inde diversitas in situ, nisi insensibilis, et ideo cum stella fuerit in volutione sua prope horizontem, apparebit distantia sua a septentrionali polo sphaerae minor, et cum fuerit in volutione sua prope punctum qui est super capita, apparebit maior. Sectio enim *zn* erit maior quam sectio *oz*. Demonstrata est ergo causa, propter quam oportet id quod in stellis apparet, apparere propter fractionem visibilis radii.

Possibile quoque esset nobis inspicere de quantitatibus istarum fractionum, et considerare illud in aliqua de rebus, quarum distantia data est, utpote solis et lunae, et considerare magnitudines quae succedunt horizonti, et sublimitates quae fiunt ex fractione visibilis radii, si distantia superficiei, quae est inter utraque praedicta corpora, esset cognita. Sed cum haec distantia, quae propinquior est terrae lunari sphaera, ad quam terminatur aether, ignoratur si est sicut distantia iam dictae superficiei, aut est propinquior terrae, aut remotior a continuo ei corpori, impossibile est inde ratiocinationem fieri, qua dignoscatur quantitas anguli, quae fit in declinatione huiusmodi fractionum.

Verumtamen possibile est ex considerationibus olim factis dignosci generalem distinctionem de fractionibus tali modo. Res enim, quarum subsistentia est penes punctum fractionis radii et perpendicularis cadentis a quolibet puncto in superficiem terminantem utraque praedicta dissimilia corpora, cum fuerint in grossiori corpore, et apparent maiores quam cum fuerint in subtiliori, eodem in utrisque situ conservato, tunc erit transitus visibilis radii a subtiliori corpore ad grossius; aut fit e diverso, cum transierit a grossiori ad subtilius.

Hoc autem ita dicimus, ut flexio sit eadem numero in unaquaque duarum specierum transitus, differat tamen in specie. In transitu enim eius a subtiliori corpore ad grossius, declinat ad perpendicularem; in transitu autem eius a grossiori corpore ad subtilius declinat ad diversam perpendiculari partem.

Cum enim figura fuerit posita secundum plancam quam praetaxavimus, et fuerimus arbitrati quod diameter *bd* (*fig.* 85) est in superficie, quae distinguit duo dissimilia corpora; perpendicularis autem *aeg* protracta et radius flexus versus perpendicularem, ut radius *eh*, cum quo comprehendit angulum *geh;* situs utique flexionis manet unus et idem, cum visibilis radius transierit per punctum *e*, et situs visus fuerit supra punctum *z;* linea enim quae est post fractionem, videlicet linea *ek*, declinat versus perpendicularem secundum processionem suam, cum res videnda videtur secundum rectitudinem; et si visus fuerit in puncto *h*, et *ez* in subtiliori corpore, quod est *bad*, linea utique *et* post flexionem erit e diverso quam diximus, declinando ad diversam partem perpendicularis *ae*, ita quod remotior inde fit quin si visibilis radius procedat secundum directionem.

Rursus cum corpora et anguli valde differant, augmentum fit maius quanto magis alterius istorum condensitas crescit. Si enim posuerimus circumferentiam ***bad*** in subtiliori corpore, et ***bgd*** in grossiori, et constituerimus angulum ***aez*** sicut est, cum fuerit in sectione ***bgd*** grossius corpus quam illud quod ibi erat, augmentum utique eius super angulum ***geh*** erit tunc secundum differentiam subtilitatis alterius corporum super alterum; angulus enim ***aez*** cum fuerit in aere tertia pars recti anguli, angulus ***geh*** erit in aqua prope quarta pars recti anguli, (*in vitro vero, quinta pars recti anguli*) et una de sexaginta partibus eius, ad prope, et erunt hic flexio et augmentum angulorum, qui succedunt puncto qui super capita est, maiora, quoniam substantia vitri spissior est quam substantia aquae.

Similiter etiam si posuerimus flexionem alterius visibilium radiorum in distantia altera quam ista a perpendiculari ***ae***, ut radii ***lek***, proportio utique ***al*** ad ***az*** erit maior quam proportio ***gk*** ad ***hg***, et permutatim erit proportio ***al*** ad ***gk*** maior quam proportio ***az*** ad ***gh***, et disiunctim erit proportio ***lz*** ad ***az*** maior quam proportio ***kh*** ad ***hg***, et proportio ***lz*** ad ***kh*** maior quam proportio ***za*** ad ***gh***. Possibile est autem nobis singula istorum dignoscere ex quantitatibus, in quibus invenimus flexiones fieri, si sumpserimus constitutos numeros, et per eos comprehenderimus singulas huiusmodi metas, ponentes numeros, secundum quod fecimus, in duabus circumferentiis ***az*** et ***al***.

Sed si quis opposuerit dicens, qua de causa in primis praetaxatis principiis de perpendicularibus et apparitione rei videndae secundum directionem visibilis radii, coaequatur haec species fractionis quam diximus, et fractio quae fit a speculis; in quantitatibus autem angulorum non ita fit, quoniam aequalitas eorum non permanet hic secundum habitum eius; dignoscetur responsio, et quod necessario oportet sic fieri per ea quae exposuerimus, ex quibus dignoscetur etiam res mirabilior, videlicet et cursus naturae in conservandis actibus virtutis.

Cum enim distinctio, in qua fit hic motus visibilis radii ad superficiem, de qua fit fractio, et illic fit ex superficie ista, decet inde ut nobis videtur, fieri hic fractionem aliquam secundum directionem perpendicularium, illic vero fieri fractionem maiorem. Cum deberent alterae earum permanere in unaquaque istarum duarum specierum, et moveri supra unam lineam rectam propter divisionem, quae fit secundum aequalitatem recti anguli, sed hic quoniam hoc fit propter validam fractionem, quae non manet in habitu suo, eo quod in reverberationibus possibile est transitum fieri in eis cum elevantur, in flexionibus autem hoc non fit, quoniam impossibile est fractionem permanere secundum oppositionem et directionem; oportet inde fieri hic fractionem maiorem ex his quae fiunt in maximis distantiis perpendicularium, illic vero minores.

Et rursus quia in reverberationibus esset quantitas angulorum, per quam fit angulus contentus ex lineis, quae propinquae sunt perpendiculari, et lineae proclivi, aequalis angulo, quem continent lineae remotae a perpendiculari et a linea proclivi; oportet exinde in flexione angulum contentum a lineis propinquis perpendiculari et lineae proclivi aequalem esse angulo, quem rursus continent lineae, quae transeunt per sectionem perpendicularis et lineae proclivis, ita videlicet: arbitremur superficiem de qua fit fractio, et distinctionem communem ei et superficiei, in qua refringitur visibilis radius, lineam *abg* (*fig.* 86) et *dbe* perpendicularem super eam, et *zb* visibilem radium, et radium refractum ad aequales angulos *zb*, *bh*, et *db* secundum situm directum, *zb* autem secundum situm proclivem. Erit ergo angulus *dbz* sicut angulus *dbh*, et angulus *abd* sicut angulus *gbd*. Cum igitur in flexione fuerit protracta quaelibet perpendicularis a *db* super perpendicularem *de*, aut ex *zb* quae est proclivis, si taliter fuerit, fit cum linea *be* in puncto *b* angulus *zbd*. Erit ergo secundum directionem quidem *zb* super *tb*, secundum directionem autem *bh* super *bs*, et secundum modum istum tantum erit unusquisque angulorum *tbe*, *ebs* aequalis angulo *zbd*, sed si transitus esset super *zbt*, nullatenus fieret inde fractio, cum oppositi anguli sint aequales; si vero transitus fieret per *db*, primo quidem nequaquam inde accideret diversitas inter fractionem, quae fit a subtiliori corpore et a grossiori; hoc enim fit a perpendiculari tantum, sive quasi sursum recte sit declinans in utraque specie, quod non est necessario.

Iterum coniunctio perpendicularium, quae fiunt ex unaquaque earum, et lineae radiorum per quos invenimus locum formae rei semper utique extra corpus illud. Nos autem invenimus quod corpus continet formam, quoniam perpendicularis quae procedit a quolibet punctorum, qui sunt super *bl* ad *z*, ut perpendicularis *klm*, sicut fit semper in effusione visibilis radii, iungitur cum *bz*, et insuper accideret etiam omnes visibiles radios procedentes a puncto *a* semper fieri in uno puncto, cuius distantia a superficie de qua fit fractio, est sicut distantia visus, qui est super perpendicularem per quam transit, ut distantia *ka*, cum fuerit posita super visibilem radium penes punctum *m;* lineae enim quae procedunt a puncto *m* et a puncto *k*, transeunt per unum et eundem punctum in linea *ag*, ut in *l* et in *r*, ex quibus anguli *mrl* et *krl* fiunt aequales, cum sint *ml* et *kl* aequales, et anguli qui sunt penes *l* recti, et cum fuerint fractiones ut istae, et sequuntur eas plures de magnitudinibus, quae sunt in isto loco; cum res autem, quae retro visum sunt, nequaquam apparuerint dissimiles naturae sensibilitatis, quamvis existens fractio non conservat hos angulos aequales, sed sint secundum aequalitatem anguli *zbd* ad angulum *dbh*, statim utique apparet mutatio cum unaquaque ex *db* et *ab*, non refringatur valde ita, quod dividat angulum *abd* in duas medietates, et disponunt has proclives positiones rectas et non fractas prope erectam. Similiter etiam quod arbitremur quod omnium visibilium radiorum transitus fit in puncto fractionis secundum perpendicularem, ut *db* et *be*, et quicquid ceciderit super punctum *b* cum diversitate angulorum in aequalitate, rursus leviter invenietur sine proportionibus; accidet enim radios erectos et declives, quomodocumque declivent, conservare unum et eundem situm in flexionibus a superficie prohibente. Loca etiam formarum semper essent super unam superficiem, in qua necessario iunguntur perpendiculares cadentes a rebus videndis et visibili radio incidenti super eas, sicut illae quae procedunt ab *sh*, *zt* super *b*.

Quod quidem aequalitas angulorum in tribus flexionibus necessario non debeat fieri, iam demonstratum est.

Quod autem species augmentationum comprehensarum non suscipiunt aliquam de prolatis controversiis, possibile est dignosci per praedicta et per ea quae post disserimus; et ne prolongetur sermo, cum iam praetaxata habeamus principia flexionum, quae debuerant praeponi, decet nos dicere nunc coniunctionem fracti radii a visu procedentis, et perpendicularis cadentis a re videnda in superficiem, de qua fit flexio, quae est locus proprius unicuique rerum videndarum, et exponere dispositionem in unaquaque figurarum planarum subiectarum, et incipere a rebus quae sumuntur a visu secundum praecedentem situm, ut manifestetur id quod volumus demonstrare.

Ponatur itaque prius distinctio communis superficiei, quae distinguit duo corpora, et superficiei in qua est radius fractus linea *abg* (*fig.* 87), sitque visus *d*, et perpendicularis cadens a visu sit *dae*, et radius proclivis *db*, et protrahatur a puncto *b* perpendicularis *zbh*, et frangatur *db* sive ad partem perpendicularis, ut fit quando visus fuerit positus a parte subtilioris corporis, sitque flexio eius super *bt*; sive ad diversam perpendiculari partem, ut cum aspexerimus a corpore grossiori, et sit flexio eius super *kb*. Erit ergo angulus *dbz* propter ea quae praeposuimus, maior quam angulus *hbt*, et minor angulo *hbk*; et manifestum est quod non conveniunt perpendicularis *dae* et *bt*, nec perpendicularis *dae* et *kb* ad partes punctorum *et*, quoniam anguli *bae*, *abt* insimul maiores sunt quam duo recti; multo magis ergo non debent convenire lineae *bk*, *de*.

Et cum superficies quae distinguit duo corpora fuerit sphaerica, ponatur prius curvitas eius a parte visus, et sit distinctio communis huic superficiei et superficiei quae transit per radium fractum sectio *abg* (*fig.* 88) de circulo, cuius centrum sit *e* et visus *d*, et protrahatur a puncto *e* perpendicularis transiens per visum, et sit *ead*, et alia perpendicularis ad locum, a quo frangitur radius, sitque *ebh*, et iungatur utrisque linea *db*, et frangatur ad partem quidem perpendicularis ut *tb*, ad diversam vero partem perpendicularis ut *kb; kb* ergo quanto magis procedit, maiorem habet distantiam a linea *ead; bt* autem quandoque erit aequidistans lineae *ead*, et quandoque iungitur ei a parte *et*, et quandoque fit remotior; angulum enim *aeb* possibile est quandoque esse sicut angulum *ebt*, et erunt utraeque lineae aequidistantes, et quandoque maior illo et iungitur ei, quandoque vero minor, et magis inde elongatur.

Rursus describamus concavum speculum, cuius concavitas sit versus visum, et sit *abg*, et centrum eius *d*, sitque visus *e*, primo positus inter centrum et superficiem speculi, et protrahatur perpendicularis *eaz*, sitque radius proclivis *eb*, et protrahatur perpendicularis *db* procedens ad *h*, et frangatur radius *eb* ad partem quidem perpendicularis super *bt*, ad diversam vero partem perpendicularis super *bk*. Manifestum est ergo, quod unaquaeque ex *bt*, *bk* quanto magis procedit in parte *t*, *k*, elongatur magis a *bh*. Distantia ergo earum a linea *daz* erit maior quam a *bh*. Itaque quanto magis protendentur, fiant remotiores a *daz*.

Rursus esto centrum inter *e* (*fig.* 90) et circumferentiam *abg*, et flectatur *eb* ad partem quidem perpendicularis super *bt*, ad diversam vero partem perpendicularis flectatur super *bk; bt* ergo quanto magis procedit ad partem puncti *t*, elongatur ab *edz;* angulus enim *dbe* maior est angulo *hbt;* linea autem *bk* quandoque fit aequidistans lineae *eaz*, et quandoque iungitur ei a parte punctorum *k*, *z*, et quandoque magis inde elongatur. Possibile est enim fieri angulus *kbh*, qui est maior angulo *dbe*, quandoque aequalis angulo *adb*, sicut fit quandoque utraeque lineae fuerint aequidistantes, et quandoque maior, sicut fit cum utraeque lineae protractae iunguntur sibi invicem, quandoque vero minor, ut fit cum utraeque lineae quanto magis procedunt, magis a se elongantur. Possibile est autem non iungi perpendicularem cadentem a visu in superficiem, de qua fit flexio, et lineam flexam, sive cum fuerit superficies curva et curvitas eius et subtilius corpus fuerint versus visum, sive cum latus concavum fuerit versus visum, et centrum sit inter visum et superficiem, grossius quoque corpus fuerit versus visum; aliter enim minime fieri potest.

Nunc autem volumus demonstrare habitum de coniunctione perpendicularis cadentis a re videnda in praedictam superficiem et radii flexi. Esto superficies prius plana, et sit distinctio communis huic superficiei, et superficiei quae transit per radium flexum linea *abg* (*fig.* 91) recta, sitque visus *d*, et radius proclivis *dbt*, et protrahatur a puncto *b* perpendicularis super *ab*, et sit *zbh*, et flectatur *db* ad partem quidem perpendicularis super *bt*, ad diversam autem partem perpendicularis super *kb*, sintque res videndae in *t* et in *k*, et protrahantur ex his ad *bg* duae perpendiculares *kl*, *tg*, quae semper iungantur lineae *db*, angulus enim *abe* maior est angulo recto; anguli autem, qui sunt penes *g* et *l*, sunt recti.

Rursus superficies unde fit flexio, esto circularis, et sit curva pars eius (*fig.* 92) versus visum, sitque visus *d*, et iterum producatur *dbl*. Lineae ergo quae copulant aliquid de rebus, quae ponuntur super *kb* et inter *zh*, ut *kh*, semper secant *bl*; lineae autem quae copulant aliquid de his quae sunt super *bt* et *zh*, ut *th*, quandoque erunt aequidistantes lineae *dbl*, et quandoque obviantes ei in parte *t*, *l*, quandoque vero elongantur magis ab ea. Possibile est enim angulum *htb* quandoque esse sicut angulum *lbt*, et quandoque maiorem et quandoque minorem.

Iterum concava pars ponatur versus visum secundum quamlibet duarum specierum positionis visus, et protrahatur radius *dbl* (*fig.* 93), et existimentur esse res videndae super *bt* et super *kb*; secundum utrosque igitur modos praedictos de positione, perpendicularis cadens a re videnda, quae est super *bt* ut *tg*, secabit radium *bl*; perpendicularis autem quae procedit ab aliqua de rebus existentibus super *kb*, ut *km*, quandoque erit aequidistans *dbl*, et quandoque iuncta ei a parte *k*, *l*, quandoque vero magis remota. Possibile est enim angulum *kbl* quandoque fieri sicut angulum *bke*, et quandoque maiorem et quandoque minorem, secundum quantitatem rei quae videtur in *k*.

Et hic etiam possibile est non iungi praedictas lineas, videlicet radius flexus perpendicularis cadens a re videnda in superficiem de qua fit flexio, nec erit locus formae determinatus, quod utique possibile est, cum superficies, de qua fit flexio, fuerit circularis, et curvum latus eius et subtilius corpus fuerint a parte visus, vel cum fuerit concavum latus superficiei, et corpus grossius versus visum.

In universis autem reliquis modis lineae quas diximus, semper iunguntur; sed cum non convenerint, accidit iterum visui sicut accidit in speculis de passione, quae fit in eis penes coniunctionem, excepto quod locus in quo fit positio rei, non erit terminatus, sed transfertur ad locum communem perpendiculari et superficiei, de qua fit flexio, et suscipit formam rei videndae, et erit continuum ei in situ et in corpore quod visus penetrat.

Cum itaque haec determinata habeamus, decet nos considerare de diversitatibus formarum in unaquaque specie, et videre si hoc invenietur concordans principiis, quorum positiones praetaxavimus in rebus quae videntur secundum directionem visibilis radii.

Experientia autem eius quod tali dispositioni apparet, facilius cognoscitur, cum visus fuerit in subtiliori corpore. Illa enim, quae de his, quae in coelo sunt, videntur ex magna utique distantia, cum fuerint metita cum angulo quem continet perpendicularis et radius flexus, habent, quo fit, flexio valde parva. Qua de causa, et quia diversitas quae est inter essentiam aeris in quo sumus, et aetherem in quo sunt sidera, non est magna, difficiliter comprehenditur id quod ex diversitate accidit in formis suis.

Similiter etiam est habitus in difficultate comprehensionis rei, cum aperiet aliquis oculum suum infra aquam et aspexerit. Si vero voluerimus aliquod corpus, quod visus penetrat, ponere contiguum visui, ita quod inter eos nihil sit de aere, cum impossibile sit ut possit hoc fieri, non videbitur aliqua rerum. Visus enim tunc antequam procedat, et faciat transitum ei proprium, debilitatur propter oppressionem illius corporis, praesertim cum transitus eius non sit brevis.

Et quia impossibile est ostendi diversitates formarum, sicut possent ostendi diversitates rerum quae recte videntur, dignum duximus loqui de his quae manifestius inde apparent, posito visu in corporibus subtilioribus, et sic dignoscetur quid oportet fieri in rebus quae sunt e converso; hinc enim, cum his quae inde demonstrabimus, manifestum erit alterum, quoniam cum demonstraverimus in uno praesenti modo ea quae debent in eo accidi, in altero utique accidet sicut et in hoc.

Et ut universalis consideratio inde fiat, decet nos constituere tria vasa de vitro subtilissimo, ut sint penetrabilia visui, quorum unum habeat continentem superficiem tamquam figuram cubi ut illa, in qua superscriptum est *a;* secundum vero habeat figuram cylindri, ut illa in qua superscriptum est *b;* tertium vero habeat undique figuram cubi praeter in uno latere, illo videlicet quod erit oppositum visui, illud autem sit concavum secundum figuram cylindri, et sit profunditas eius tamquam medietas sphaerae sicut figura, in qua scriptum est *g*.

Cum igitur voluerimus habere formas particularium rerum, debemus prius, considerantes de diversitatibus formarum cum superficies quae distinguit duo corpora, fuerit plana, replere vas cubo simile aqua purissima, et ponere visum in oppositione alicuius laterum eius, et immittere in profunditatem eius regulam moderatae latitudinis, quae sit erecta ad aequales angulos, cuius longitudinis pars sit supra aquae superficiem. Cum ergo erexerimus ibi regulam ad rectos angulos, erit forma procedens secundum rectitudinem partis regulae, quae est supra aquam, tamen apparebit propinquior et maior quam res vera, et habebit similem illi figuram.

Quod autem singula istorum ita debent fieri, dignoscetur secundum quod exposuerimus. Esto distinctio communis superficiei aquae et superficiei, de qua fit flexio radii, linea *abg* (*fig.* 95) recta, et visus sit *d*, et protrahatur radius *db*, et transeat per punctum *b* perpendicularis *zbh*, et flectetur *db* ad partem perpendicularis super *bt*, sicut accidit cum visus fuerit in subtiliori corpore, et protrahatur a puncto *t* perpendicularis ad *ag*, et sit *tkg*. Videbitur ergo res quae est super punctum *t* in *k*, et quia lineae *db*, *bt* insimul maiores sunt quam linea *dbk*, angulus enim *bkt* est obtusus, erit distantia formae rei videndae minor quam distantia verae rei; et cum protraxerimus *btl*, et posuerimus rem videndam super *l*, et protraxerimus ab eo perpendicularem *lmn* super *ag*, erit forma *l* in loco *m*, et forma quae videtur super punctum *m*, erit remotior quam forma quae videtur super punctum *k* non erit remotior simpliciter, sed secundum quod ei pertinet in proportione. Quia ergo *tg* et *ln* in plana superficie sunt aequidistantes, erit utique proportio *mn* ad *kg* sicut proportio *mb* ad *kb*, et proportio *lb* ad *tb* eadem, et erit proportio *mn* ad *kg* sicut proportio *lb* ad *bt*; demonstratum est ergo id quod accidit in re quae apparet, cum visus fuerit in subtiliori corpore.

Cum fuerit autem visus positus in grossiori corpore, proportio distantiae ad distantiam erit similis per ea quae diximus; distantia vero figurarum rerum videndarum erit maior quam distantia rerum verarum. Si enim posuerimus lineam *btl* quod sit flexa, constituens angulum *lbk* maiorem angulo *dbz*, proportiones utique distantiarum remanebunt ad invicem in statu suo, proportio enim distantiae *l* ad distantiam *t* rursus erit sicut proportio distantiae *m* ad distantiam *k*. In unaquaque autem earum fit e diverso; positio enim *t*, quae est res videnda, erit propinquior quam forma sua quae est *k*, ut positio *l* propinquior quam forma sua quae est *m*.

Rursus protrahantur a visu *d* (*fig.* 96*a*) duo radii ad lineam *ga*, et sint *da*, *dg*, sintque a lateribus perpendicularis *dbe*, et flectantur ad diversam partem perpendicularis, super *az*, *hg*, et contineant aliquam magnitudinem, quae sit linea copulans terminos magnitudinis *zeh*, et copulentur lineae *dz*, *dh*. Manifestum est ergo quod angulus *adg* est maior angulo *zdh*, quoniam flexiones declinant ad diversam partem perpendicularis, et videbitur *zh* cum maiori angulo, distantia et positione manentibus in eodem statu.

Hinc ergo res quae sunt in aqua, semper debent videri maiores, quam si viderentur in eadem distantia et in eadem positione, et aspicerentur directe.

Sed cum res e converso quam diximus se habuerit, ponatur flexio *da* (*fig.* 96*b*) et *dg* declinans versus partem perpendicularis, sicut accidit cum visus fuerit a parte grossioris corporis. Cum ergo copulaverimus lineas *dz*, *dh*, erit angulus *zdh* maior quam angulus *adg*, et ideo debet videri res vera maior quam forma.

Rursus erunt formae in figura similes figuris rerum verarum aliter secundum quod decet, videlicet quod radius *dae* (*fig.* 97*a*) et radius *dbz* et radius *dgh*, cum unusquisque fuerit flexus versus partem magnitudinis *ezh*, et fuerint productae perpendiculares *et*, *zk*, *hl*, et iterum protractae fuerint lineae *dam*, *dbn*, *dgs*, forma utique lineae *ezh* erit super lineam quae transit per punctos *mns*, et erit proportio *tm* ad *kn* sicut proportio *et* ad *zk*, et proportio *kn* ad *sl* sicut proportio *kz* ad *lh*, et proportio *tm* ad *sl* sicut proportio *et* ad *lh*. Similiter etiam erit in universis speciebus positionis, cum enim augmenta *et*, *kz*, *lh* constituunt aspectum lineae *ezh* tamquam rectae lineae, augmenta *mt*, *kn*, *sl* constituunt aspectum lineae, quae transit per punctos *mns* rectum.

Si vero praenominata augmenta constituerint lineam curvam, ista constituunt iterum aspectum formae curvum; quod si illa constituerint lineam concavam, haec iterum constituunt aspectum formae concavum.

Similiter quoque accidit, si posuerimus flexiones ad partem perpendicularis aut ad diversam illi partem, secundum quod est in figura (*fig.* 97*b*).

Si vero perscrutati fuerimus diversitates positas secundum praedictum modum per vas, cuius figura similis est cylindro, et visus fuerit oppositus curvae superficiei, regula quoque, quae in illud immittitur, fuerit constituta super totum diametrum, qui visum determinat, inveniemus tunc in translatione formarum augmentum distantiae, sicut apparet a sublimiori parte regulae secundum positionem, quae est inter visum et axem; et id quod est extra axem, erit remotius, et distantiae magnitudinum semper erunt maiores; figurae autem habebunt maiorem curvitatem in exteriori parte axis, et habebunt maiorem concavitatem, cum fuerint in interiori parte axis. Nihil vero ex his apparebit nec manifestum erit propter coarctationem distantiae coniunctionis, in qua videtur forma, quae coarctatio procedit ex debilitate visus.

Causa autem qua debet hoc fieri, haec est: Esto distinctio communis, curvae superficiei aquae, et superficiei per quam transit flexus radius, sectio circuli *abg* (*fig.* 98*a*) et centrum eius *d*, visus autem sit punctus *e*, et copuletur linea *ead*, et protrahatur linea *ebz*, et copuletur linea *db*, et flectatur *eb*, ad partem perpendicularis super lineam *btk*, et protrahantur lineae *dl*, *dh*, sitque *dl* erecta super *ead* ad rectos angulos, et protrahantur super eam perpendiculares *zm*, *ts*, *kn*, *hl*; angulus itaque *dez* constituit angulum *zbd* obtusum, et angulus *hbk* constituit angulum *bkh* obtusum. Erit ergo forma *t* penes *z*, et forma *k* penes *h*, secundum id quod proprium est distantiis. Tamen forma *t* est propinquior *z*, quoniam *ts* minor est quam *zm*, et forma *k* est remotior *h*, quoniam *lh* maior est quam *nk*.

Et cum posuerimus visum a parte grossioris corporis, fit flexio ad diversam partem perpendicularis in figura (*fig.* 98*b*) simili huic, translatio enim similis est praecedenti; distantiae vero erunt e diverso, forma enim quae est infra, erit remotior, et forma quae est extra, erit propinquior, quoniam *ts* est maior quam *zm*, et *lh* est minor quam *kn*, secundum quod in figura apparet. Rursus protrahatur perpendicularis *az* ....

Reliqua huius sermonis non sunt inventa.

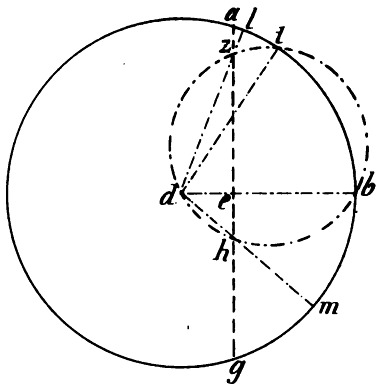
TEXTUS

OPTICAE PTOLEMAEI

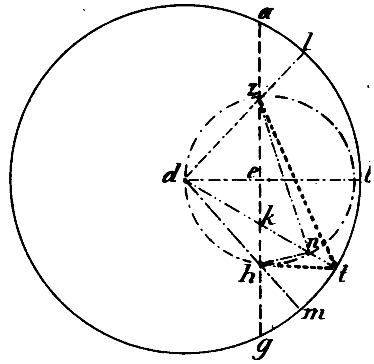
				ERRATA	SIC CORRIGE
Pag.	63	lin.	9	puncti *bd*	puncti *b*, *d*
»	89	»	24	et angulus *hgt*	et angulus *hgd*
»	159	»	17	super *kb*	super *bk*
		»	20	*dae* et *hb*	*dae* et *bk*
		»	21	punctorum *et*	punctorum *e*, *t*, *k*
»	160	»	10	et sit *abg*	et sit *abg* (fig. 89)
		»	17	ex *bt*, *bk*	ex *bt*, *bk*,
»	162	»	24	in speculis de passione	in speculis, de passione
»	164	»	2	ut illa, in qua	ut illa (fig. 94), in qua
		»	24	*abg* (fig. 95)	*abg* (fig. 95 *a*)
»	165	»	16	*btl* quod	*btl* (fig. 95 *b*) quod

INDICE

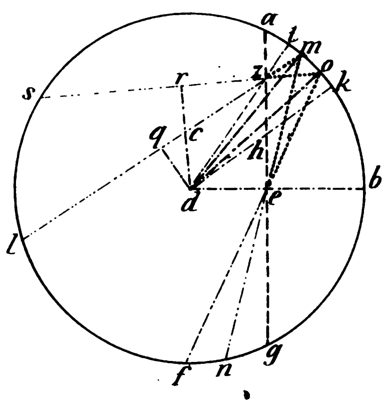
48. [pag. 105]



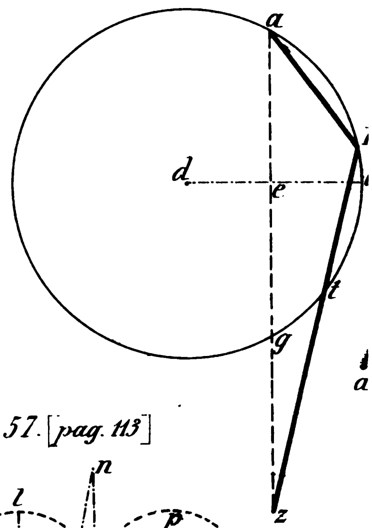
49. [pag. 105]



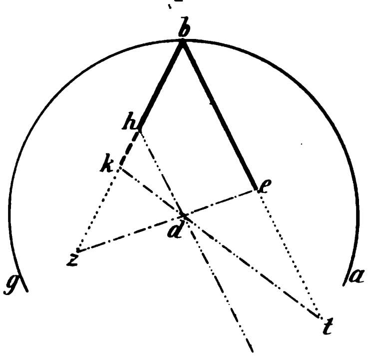
52. [pag. 107]



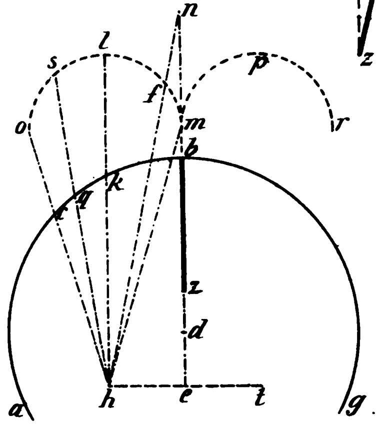
53. [pag. 108]



56. [pag 112]

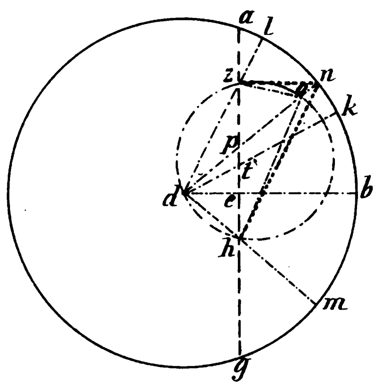


57. [pag. 113]

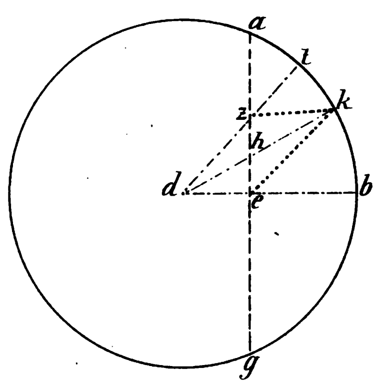


57.b [p

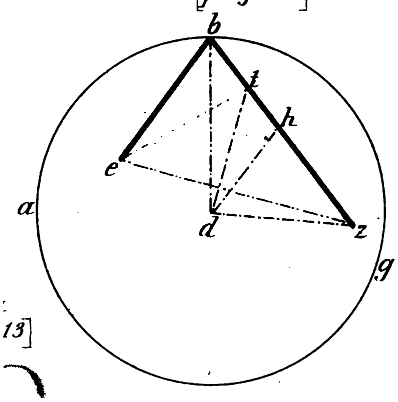
50. [pag. 106]



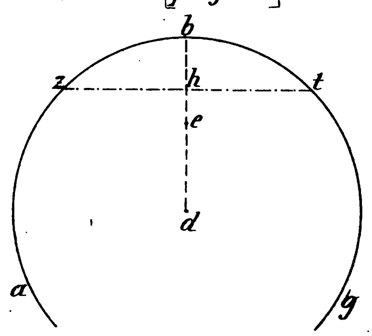
51. [pag. 107]



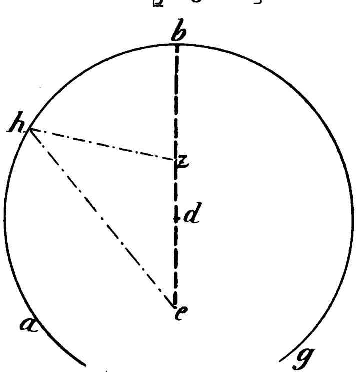
54. [pag. 110]



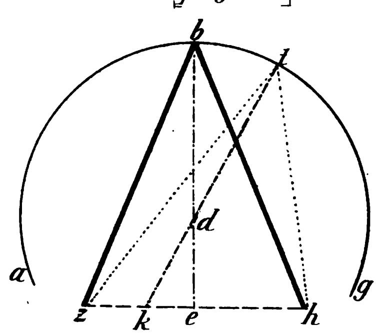
55. [pag. 111]



58. [pag. 115]

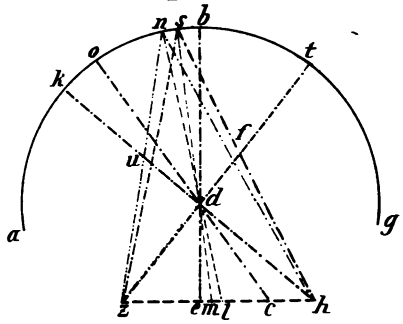


59. [pag. 116]

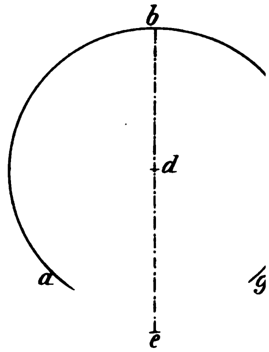


Torino, Lit. Fr^lli Doyen

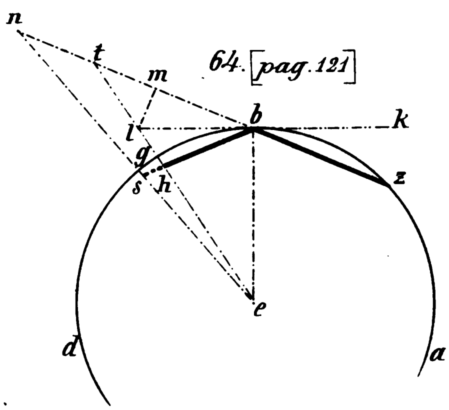
60. [pag. 116]



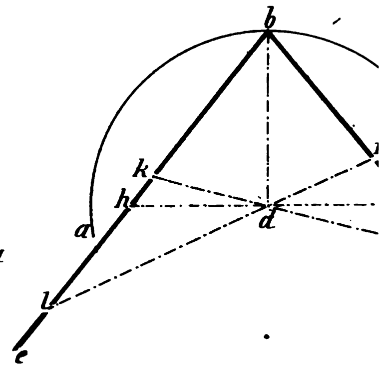
61. [pag. 119]



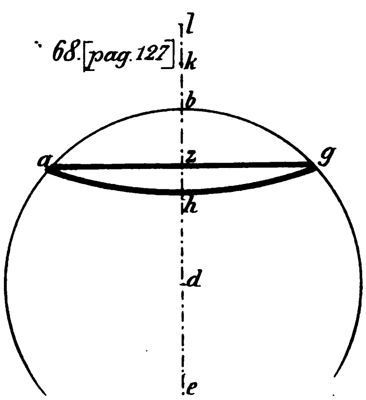
64. [pag. 121]



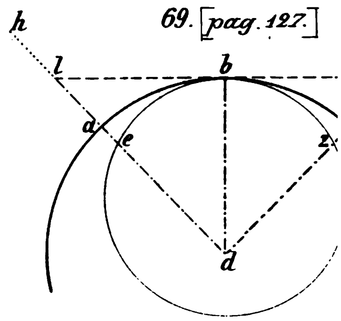
65. [pag. 122]



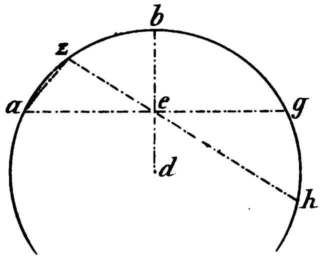
68. [pag. 127]



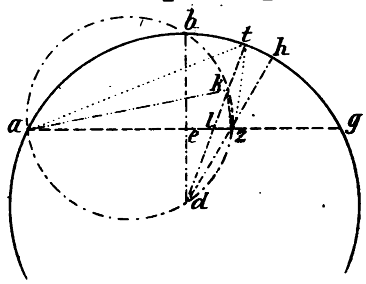
69. [pag. 127.]



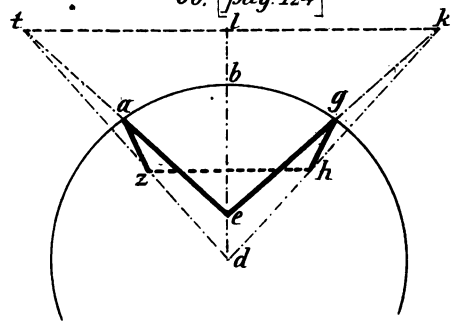
62. [pag. 119]



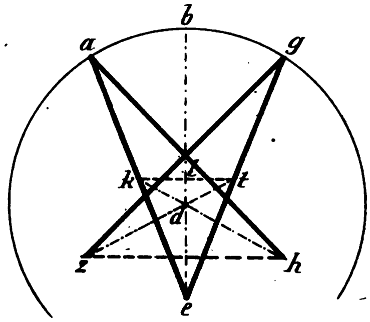
63. [pag. 120]



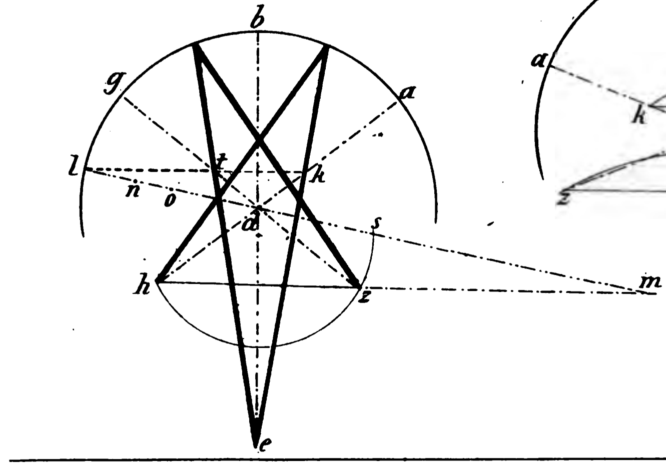
66. [pag. 124]



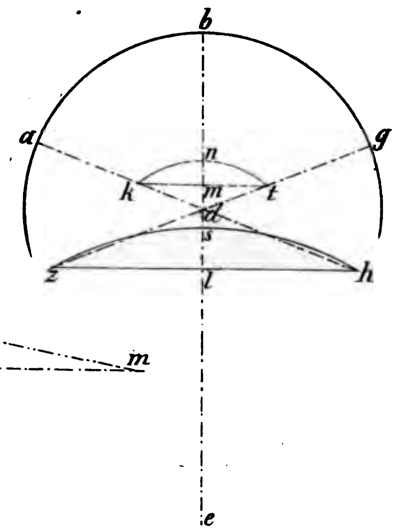
67. [pag. 125]



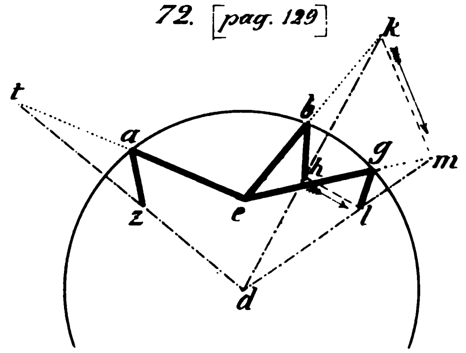
70. [pag. 128]



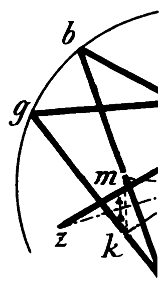
71. [pag. 129]



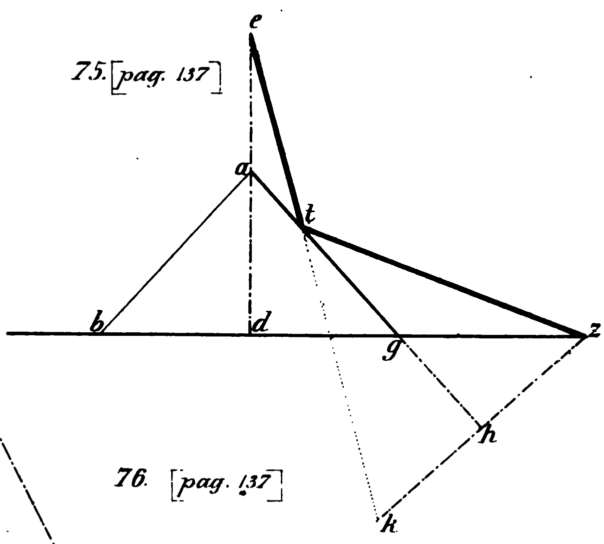
72. [pag. 129]



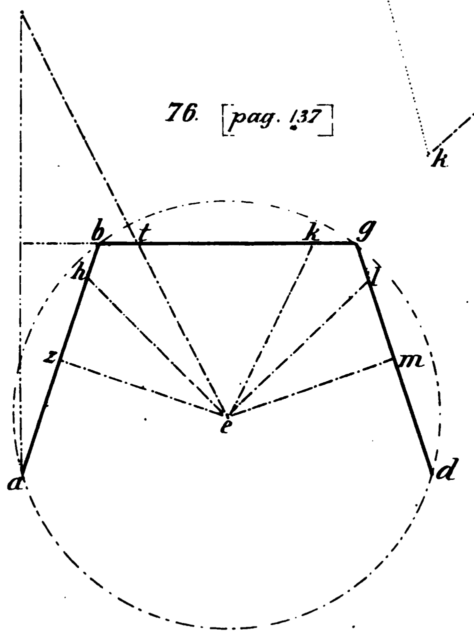
73



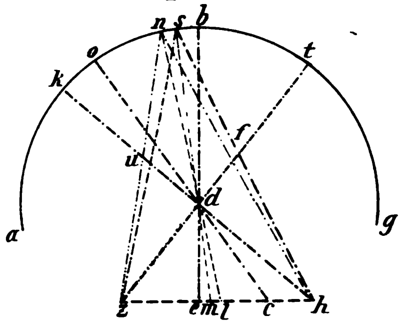
75. [pag. 137]



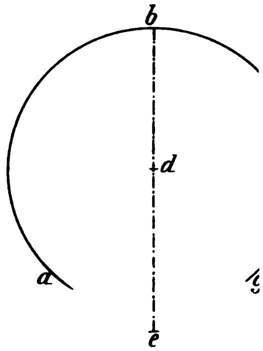
76. [pag. 137]



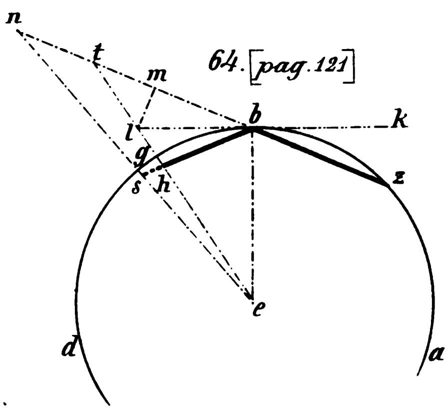
60. [pag. 116]



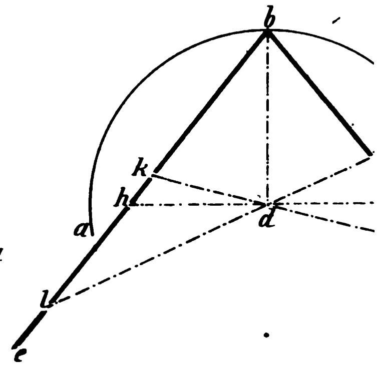
61. [pag. 119]



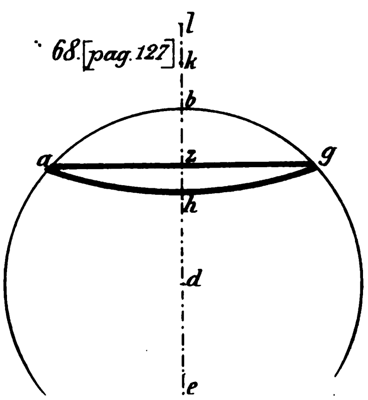
64. [pag. 121]



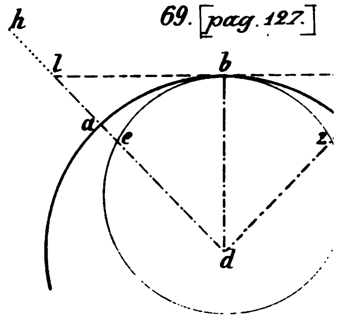
65. [pag. 122]



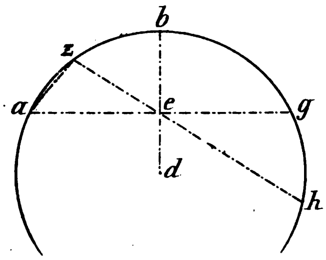
68. [pag. 127]



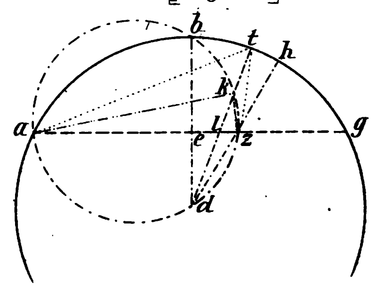
69. [pag. 127.]



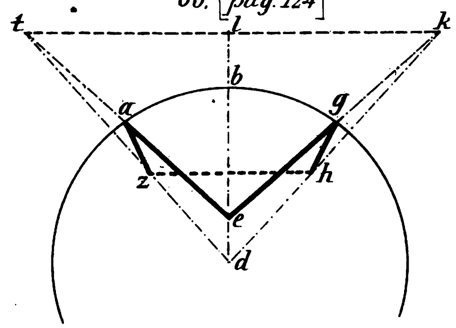
62. [pag. 119]



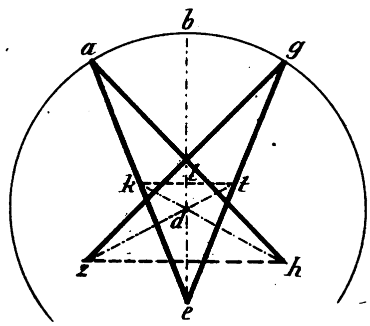
63. [pag. 120]



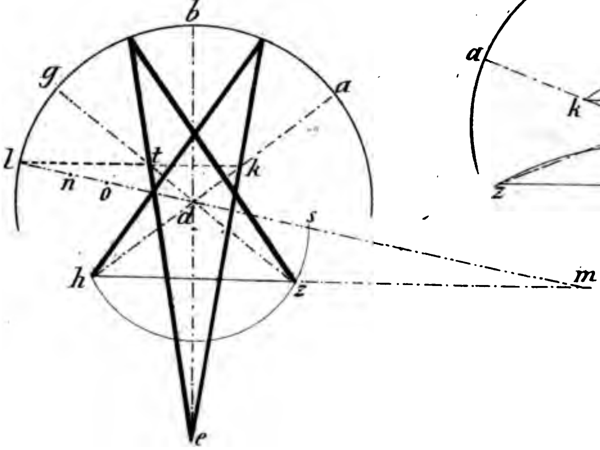
66. [pag. 124]



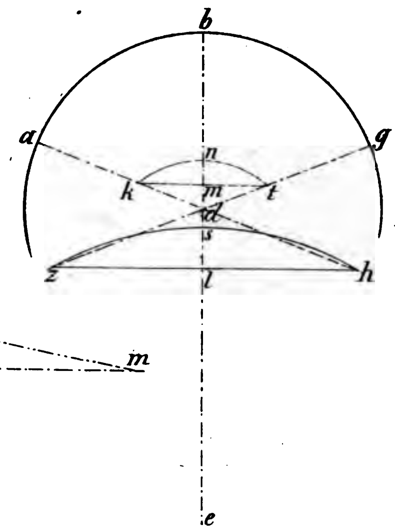
67. [pag. 125]



70. [pag. 128]

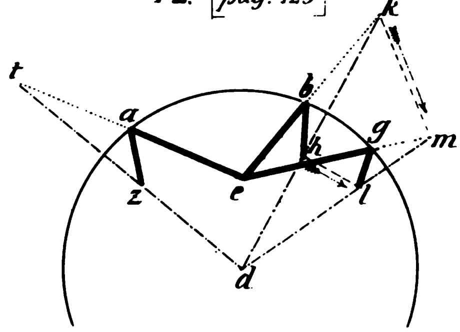


71. [pag. 129]

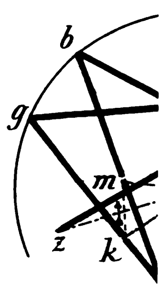


Torino, Lit. F

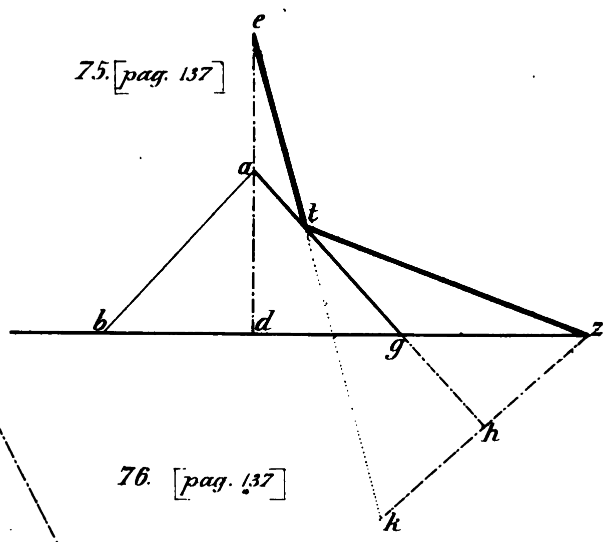
72. [pag. 129]



73.

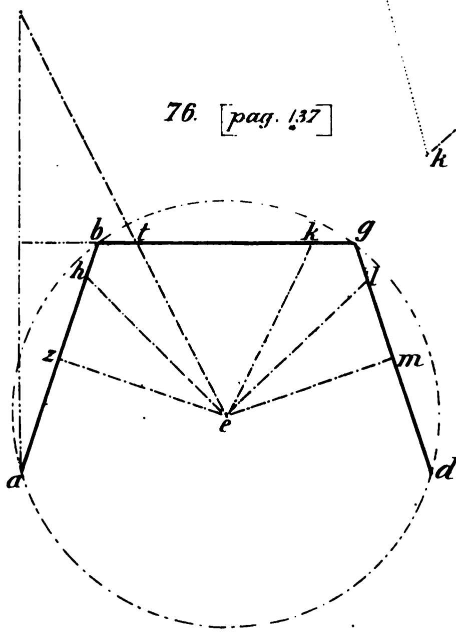


75. [pag. 137]

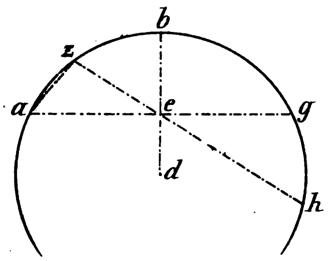


n

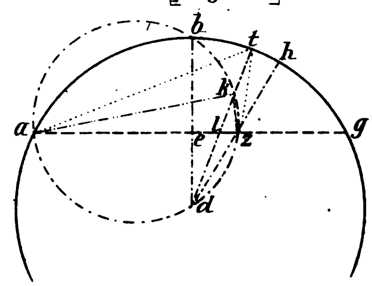
76. [pag. 137]



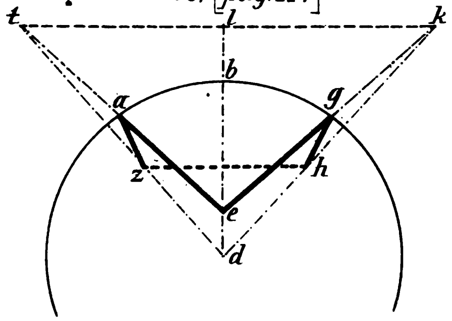
62. [pag. 119]



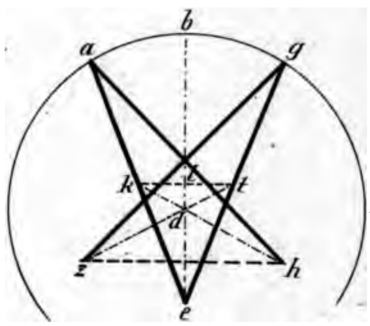
63. [pag. 120]



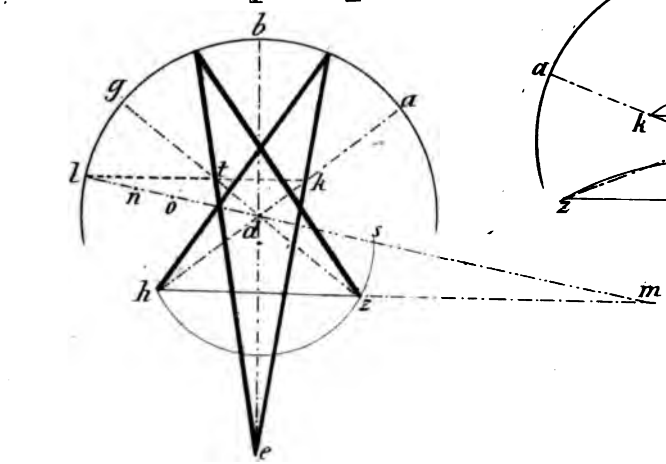
66. [pag. 124]



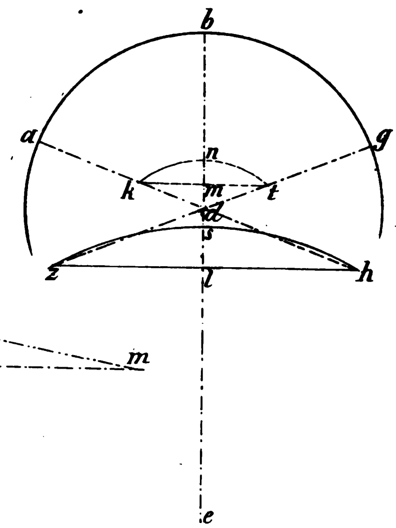
67. [pag. 125]



70. [pag. 128]

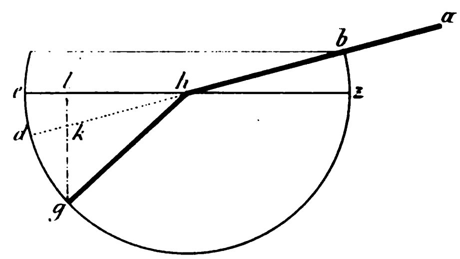


71. [pag. 129]

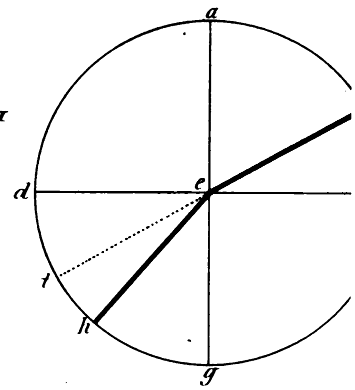


Torino, Lit. F.lli Doyen.

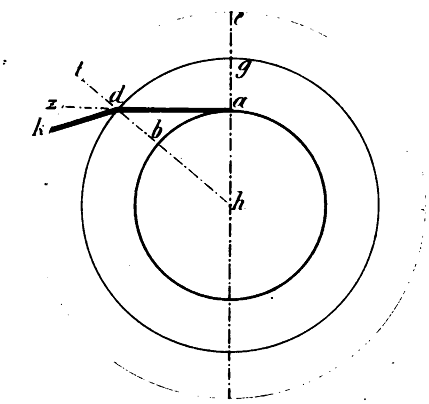
79. pag. 144



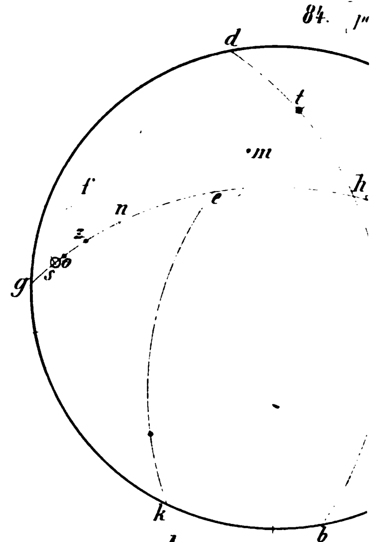
80. pag. 144



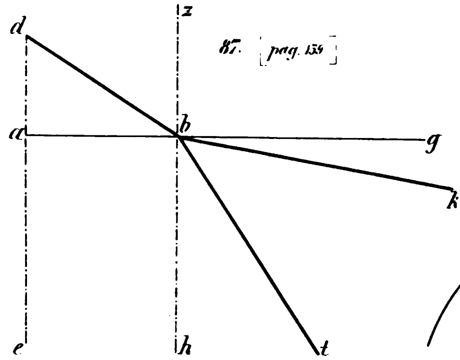
83. pag. ...



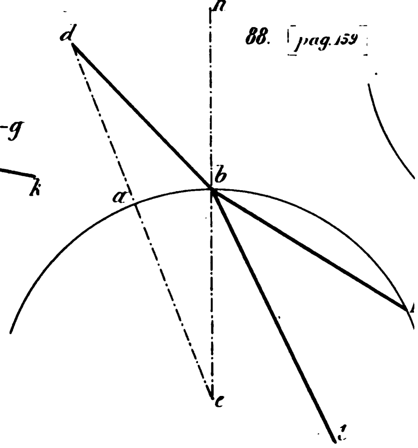
84. p...



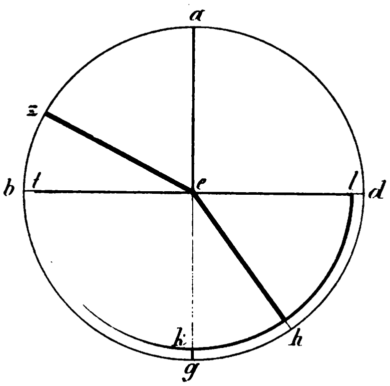
87. pag. 159



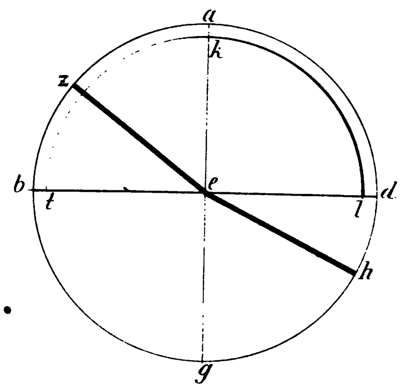
88. pag. 159

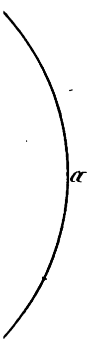


81. [pag. 146]

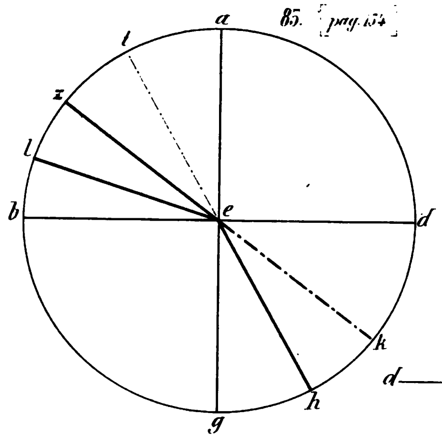


82. [pag. 149]

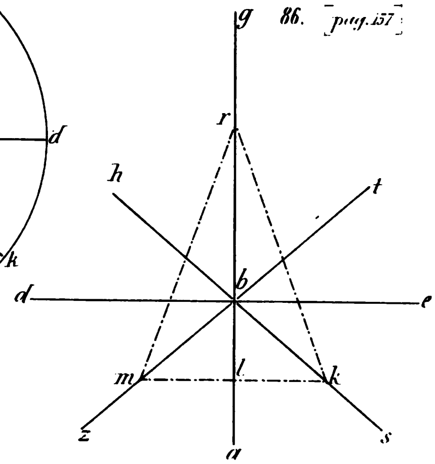




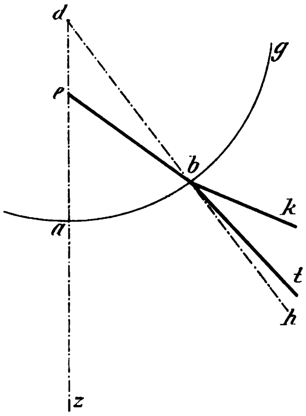
85. [pag. 154]



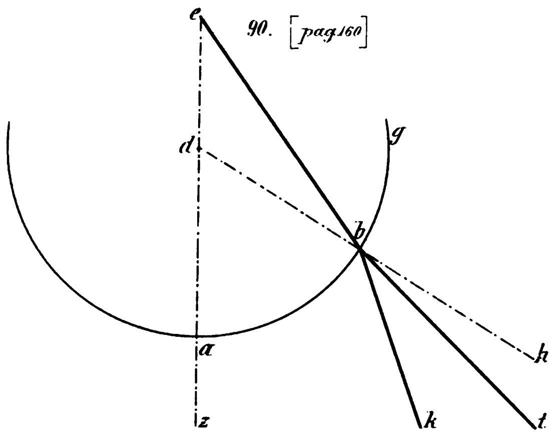
86. [pag. 157]



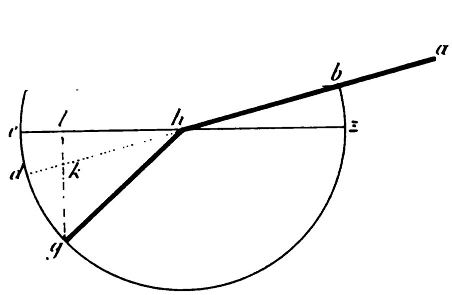
89. [pag. 160]

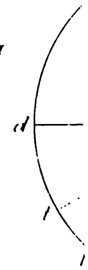


90. [pag. 160]

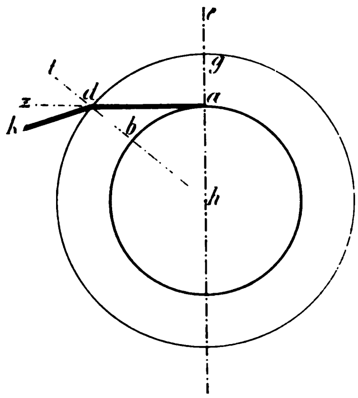


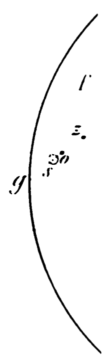
79. pag [illegible]



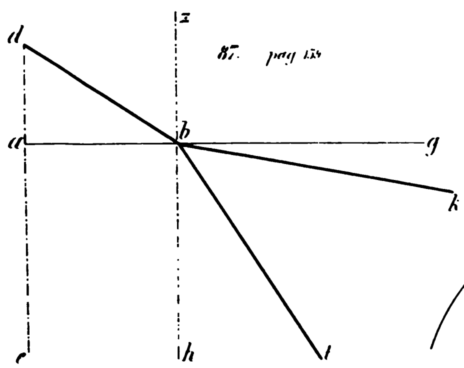


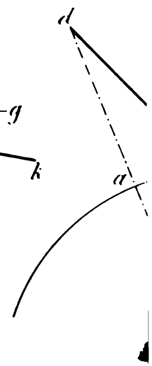
83. pag [illegible]

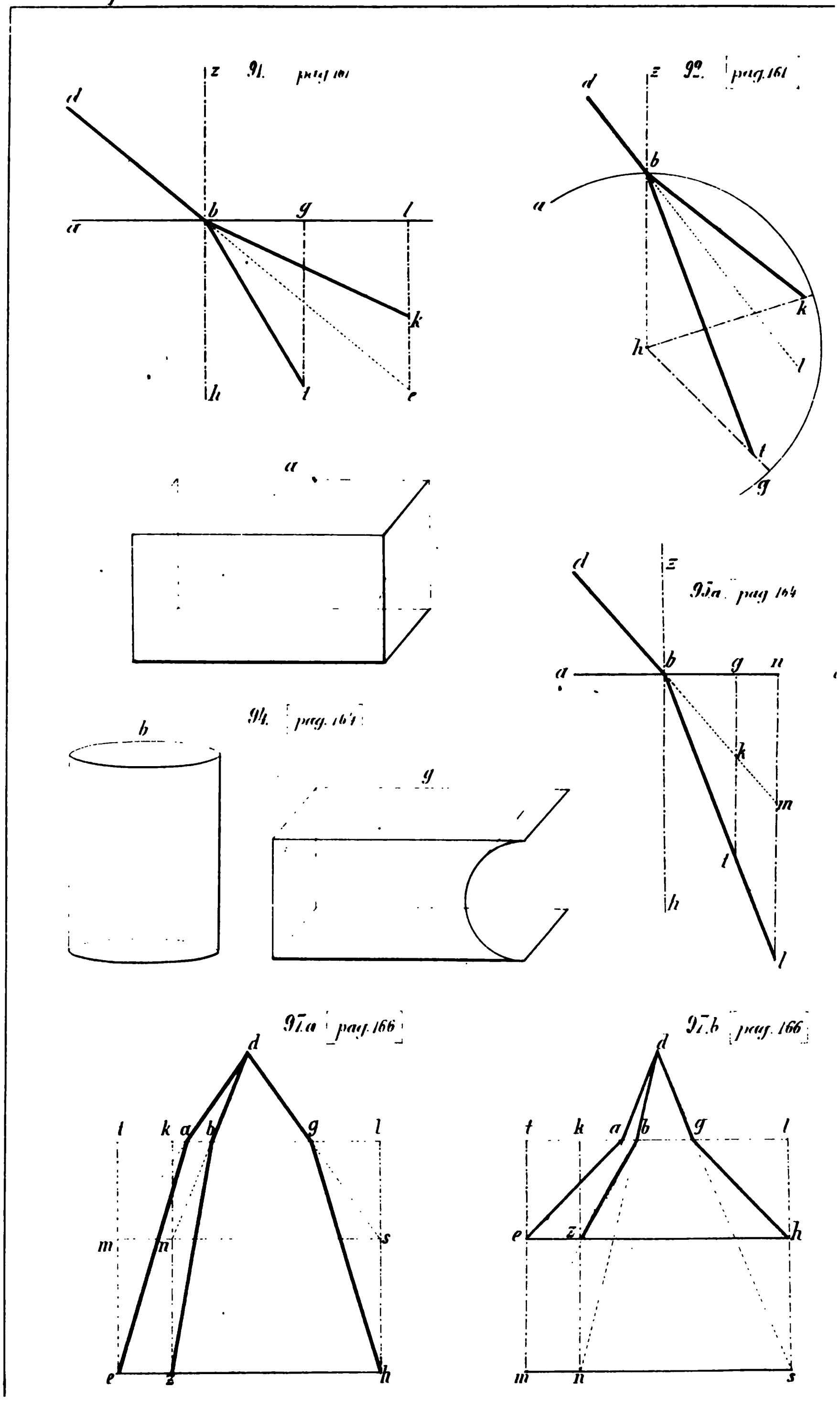




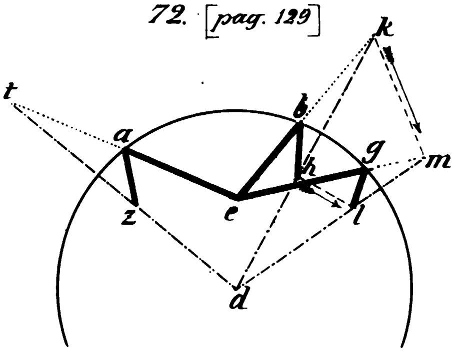
87. pag [illegible]

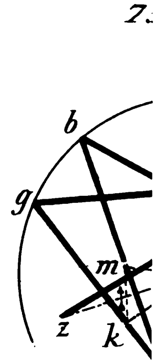




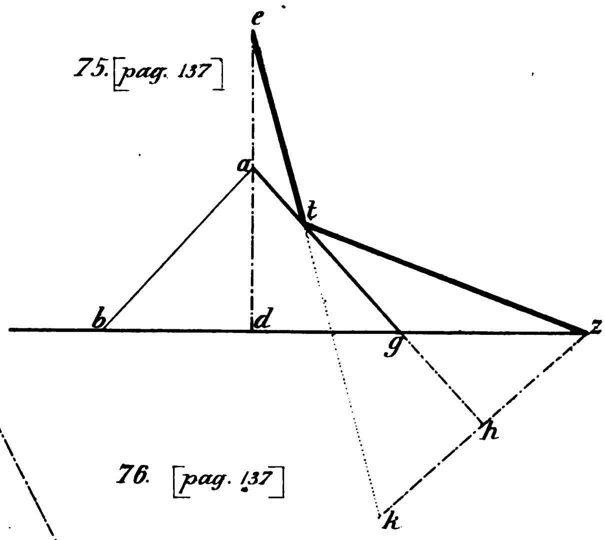

91. pag 161
92. pag. 161
93a. pag 164
94. pag. 164
97.a pag. 166
97.b pag. 166

72. [pag. 129]

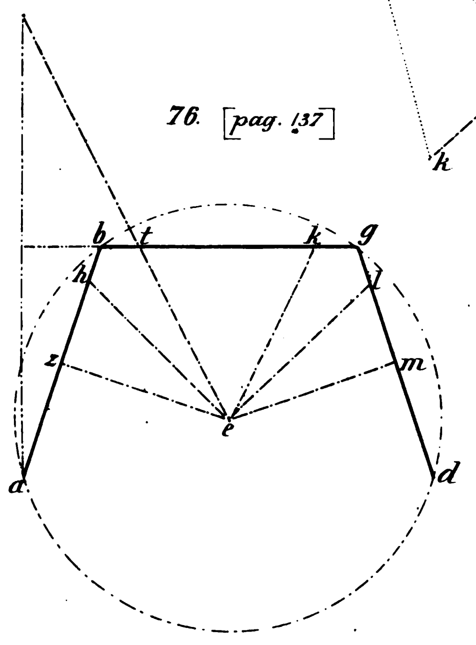




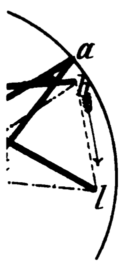
75. [pag. 137]



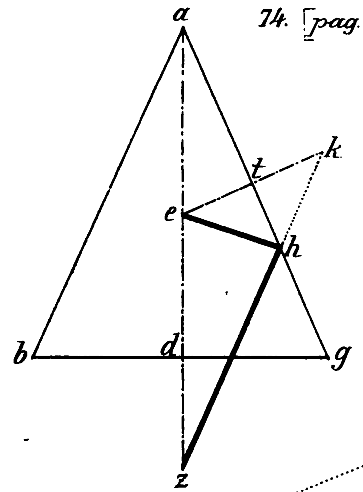
76. [pag. 137]



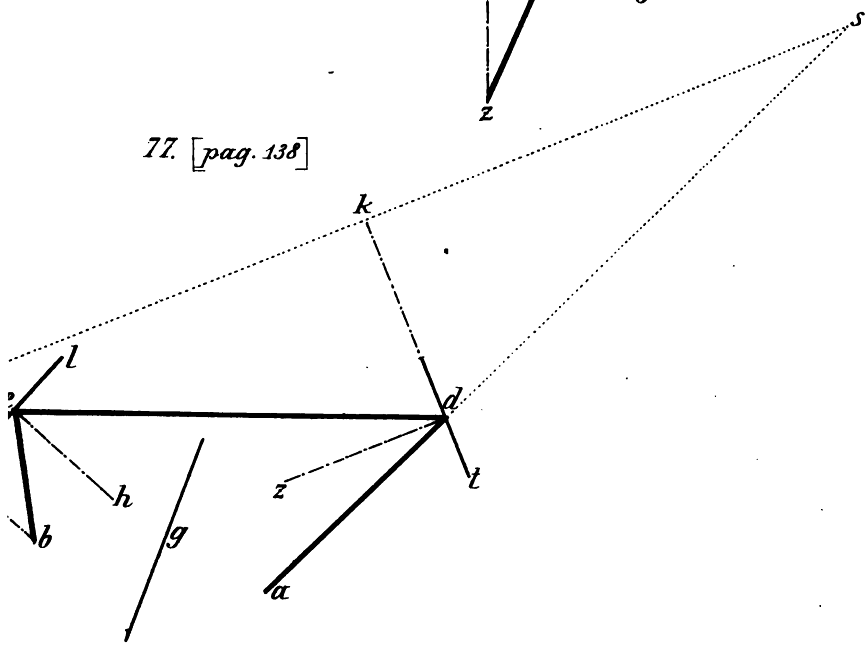
10]



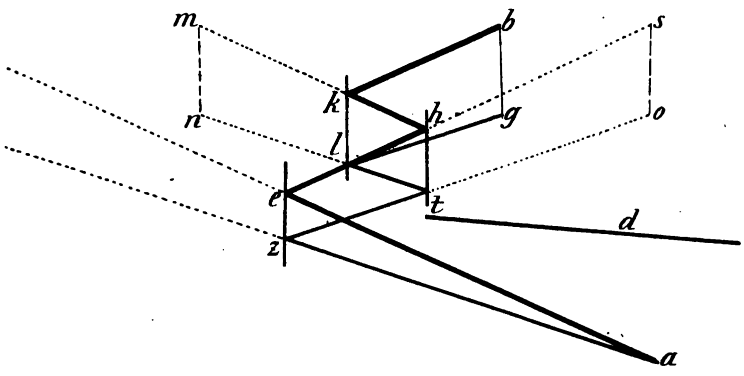
74. [pag. 135]



77. [pag. 138]

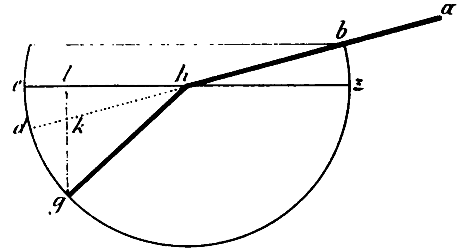


78. [pag. 140]

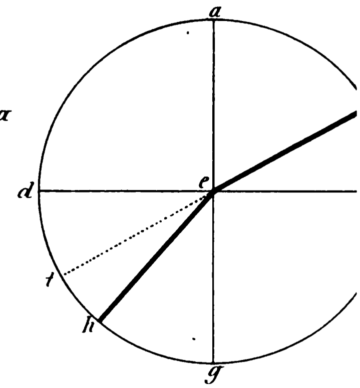


Torino. Lit. F^lli Doyen

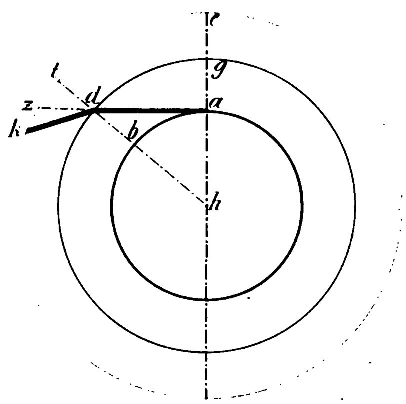
79. pag. 144



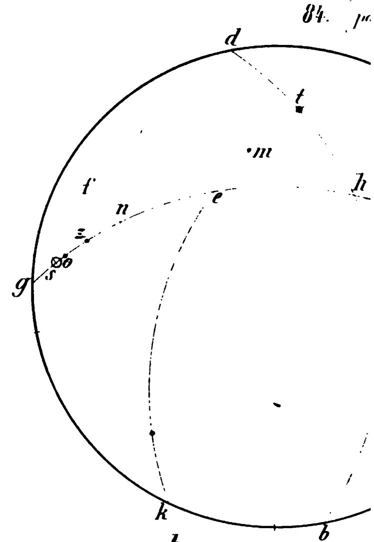
80. pag. 144



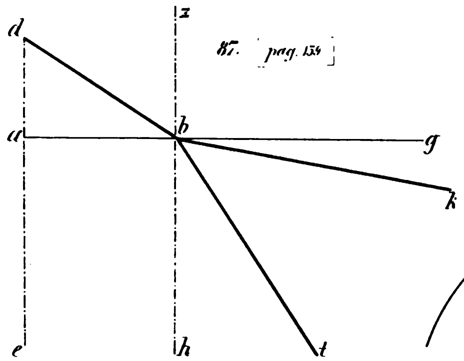
83. pag.



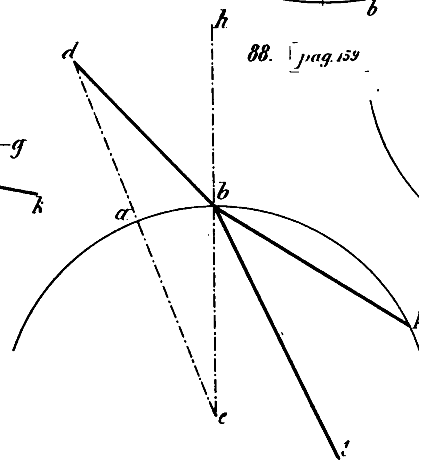
84. p



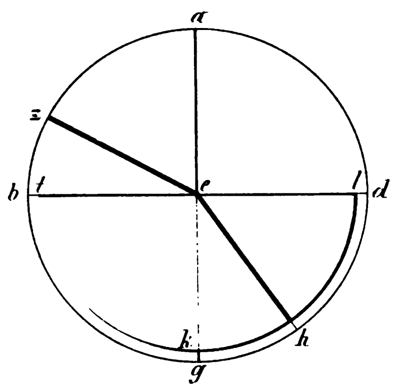
87. pag. 154



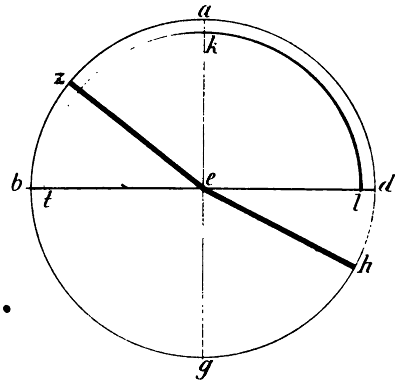
88. pag. 159



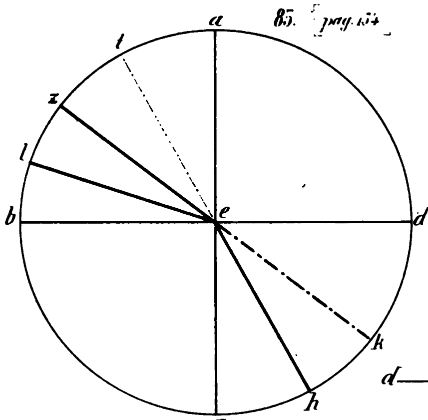
81. [pag. 146]

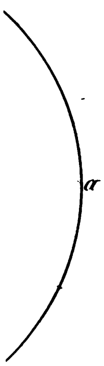


82. [pag. 149]

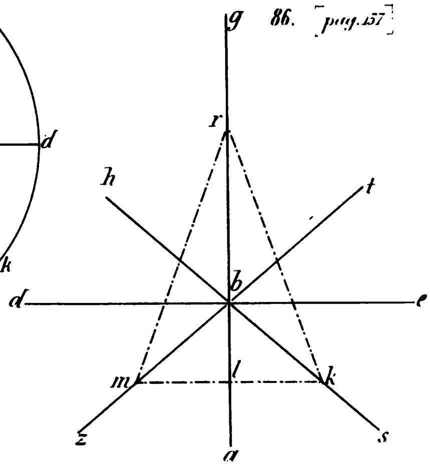


85. [pag. 154]

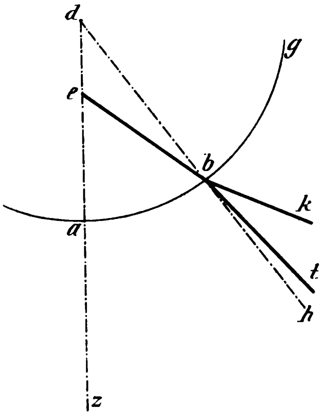




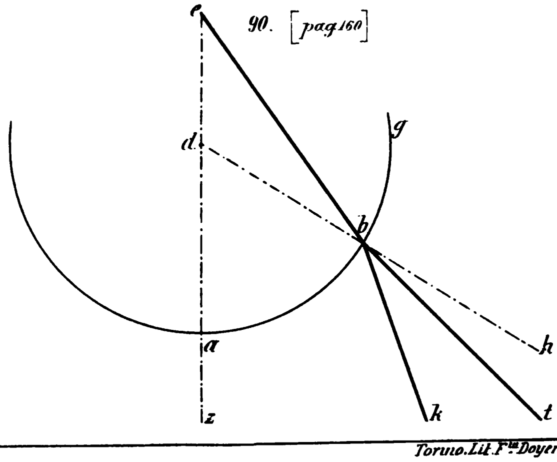
86. [pag. 157]



89. [pag. 160]

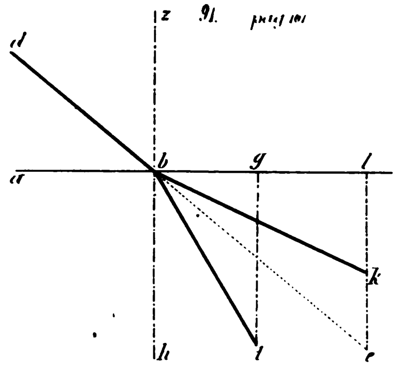


90. [pag. 160]

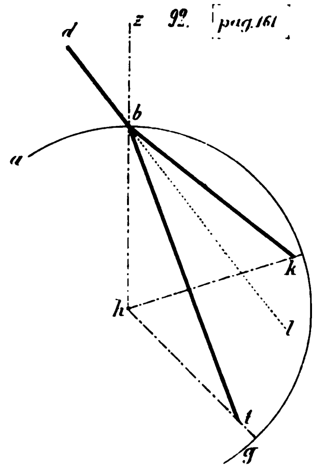


Torino. Lit. F.lli Doyen.

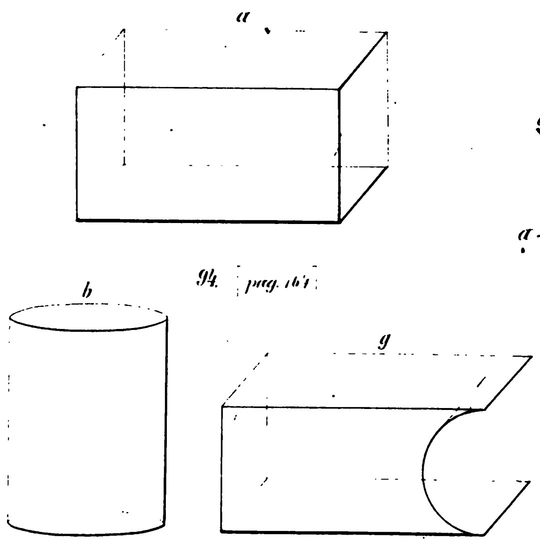
91. pag. 161



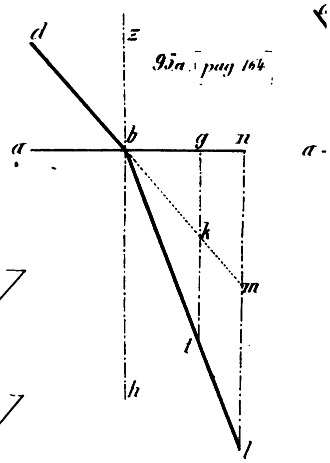
92. [pag. 161]



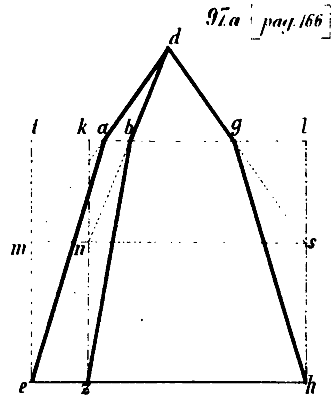
94. [pag. 164]



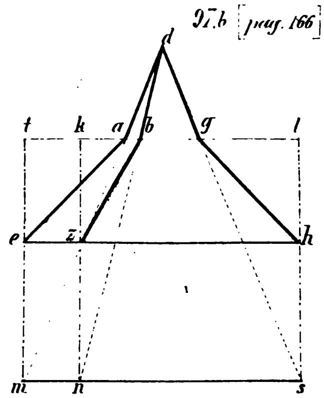
95a. [pag. 164]



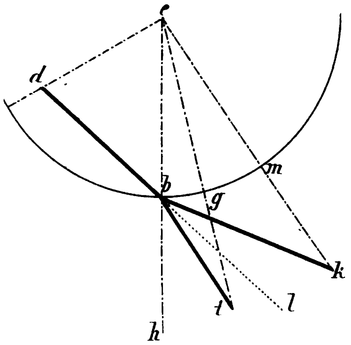
97.a [pag. 166]



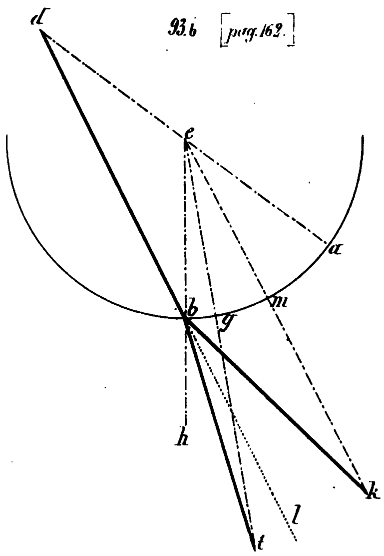
97.b [pag. 166]



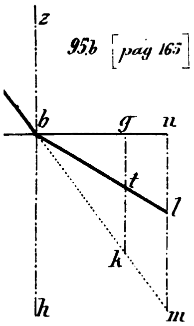
93.a [pag. 162]



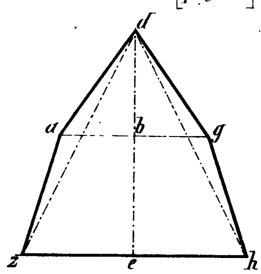
93.b [pag. 162]



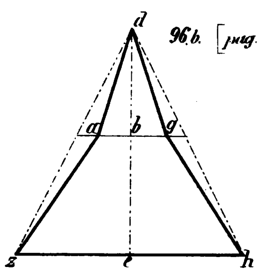
95.b [pag. 165]



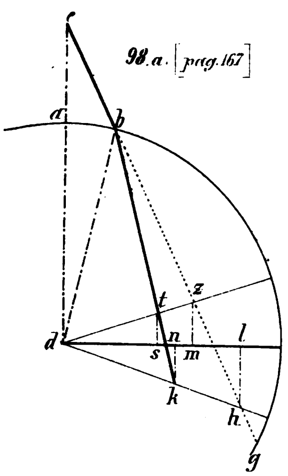
96.a. [pag. 165]



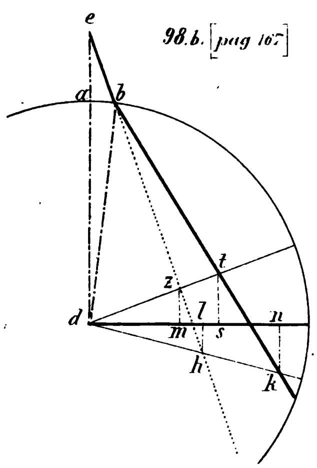
96.b. [pag. 166]



98.a. [pag. 167]



98.b. [pag. 167]



Torino, Lit. Fˡˡⁱ Doyen